

ملخص سطور للقسم الكمي

إعداد:

فريق أكاديمية سطور التعليمية

الحقوق محفوظة

لأكاديمية سطور التعليمية

لا نحل ولا نبيح نشر الملف
لغير مشتركين أكاديمية سطور التعليمية

قائمة المواضيع

2	الأعداد
6	الأعداد الأولية
8	الأعداد العشرية
10	الكسور والعمليات عليها
12	النسبة المئوية
15	البيع والشراء (الربح والخسارة)
22	التناسب
24	المتتابعات
29	الأعداد المحصورة
31	الدوريات
33	المسافة والسرعة والزمن
36	السرعة المتوسطة
37	العمل المشترك + الصنبور
38	الأوقات والأزمنة
40	الزاوية بين عقارب الساعة
41	حساب عدد الأشجار والأعمدة
42	الجهات
43	مقياس الرسم والقياس
45	الخصائص الجبرية للعمليات الحسابية
48	الجزور
52	القوى والأسس
54	حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين
55	المتطابقات
56	المتباينات
58	الأعمار
59	قوانين الهندسة
84	الاحتمالات
89	الاحصاء (المتوسطات)
92	الرسوم البيانية
98	قوانين إضافية

♦ تنقسم الأعداد إلى:

• الأعداد الطبيعية = ١ ، ٢ ، ٣ ، ...

• الأعداد الكلية = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ...

• الأعداد الصحيحة = ... -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ...

• الأعداد الزوجية: الأعداد التي تقبل القسمة على ٢ بدون باق ، ويكون أحادها أحد

الأرقام التالية: ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨

مثال: ٣٢ ، ٩٥٠ ، ٤٥٦٥٨

• الأعداد الفردية: الأعداد التي لا تقبل القسمة على ٢ بدون باق، ويكون أحادها أحد

الأرقام التالية: ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩

مثال: ٦١ ، ٩٩ ، ٢٣٤٥٧

• الأعداد الأولية: الأعداد التي تقبل القسمة على نفسها و على الواحد الصحيح فقط ،

مثل: ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ..

♦ قاعدة الإشارات في الجمع والطرح:

• لهما نفس الإشارة : نضع نفس الإشارة و نجمع

مثال توضيحي:

$$١- = ٣+٤- = (٣-)-٤- = ٣-٤- = ٧-$$

$$٦- = ٣- - ٣- = ٣-٣- = ٠-$$

$$٨ = ٥+ ٣ (١)$$

• مختلفان في الإشارة : نأخذ إشارة الأكبر ونطرح

مثال توضيحي:

$$١ = ٥+ ٤- (٢)$$

$$٧- = ١٠- ٣ (١)$$

♦ قاعدة الإشارات في الضرب والقسمة:

• الإشارتان متشابهتان : تكون إشارة الناتج موجبة

مثال توضيحي:

$$١٢ = ٤- \times ٣- (٢)$$

$$١٠ = ٢ \times ٥ (١)$$

• الإشارتان مختلفتان : تكون إشارة الناتج سالبة

مثال توضيحي:

$$١٠- = ٢ \times ٥- (٢)$$

$$١٠- = ١٠- \times ١٠- (١)$$

ملاحظة:

حاصل ضرب الأعداد الفردية = عدد فردي ($10 = 0 \times 3$)

حاصل جمع الأعداد الفردية = عدد زوجي ($8 = 0 + 3$)

حاصل ضرب عدد فردي وزوجي = عدد زوجي ($12 = 4 \times 3$)

حاصل جمع عدد فردي وزوجي = عدد فردي ($7 = 4 + 3$)

حاصل ضرب الأعداد الزوجية = عدد زوجي ($48 = 6 \times 4 \times 2$)

حاصل جمع الأعداد الزوجية = عدد زوجي ($12 = 6 + 4 + 2$)

♦ خاصية التوزيع:

• في الضرب: نضرب العدد $\times$ كل عناصر القوس

مثال توضيحي:

$$24 = 10 + 14 = (0 \times 2) + (7 \times 2) = (0 + 7) \times 2$$

• في القسمة: نوزع عناصر البسط على المقام

مثال توضيحي:

$$\frac{\text{س} - \text{ص}}{\text{ع}} = \frac{\text{س}}{\text{ع}} - \frac{\text{ص}}{\text{ع}}$$

♦ ترتيب إجراء العمليات الحسابية:

١ الأقواس.

٢ القوى (الأسس).

٣ الضرب و القسمة. (من اليمين إلى اليسار)

٤ الجمع و الطرح. (من اليمين إلى اليسار)

مثال: $1 + \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \dots$

الحل:

$$3 = 2 + 1 = \left(\frac{2}{1} \times \frac{1}{3} \right) + 1$$

مثال: $2 = 8 - 4 \times (3 + 2) \div 2 + 8 = ?$

الحل:

(الأقواس) $2 = 8 - 4 \times (3 + 2) \div 2 + 8$

(الأسس) $2 = 8 - 4 \times 0 + 8$

(الضرب والقسمة) $2 = 8 - 16 + 8$

(الجمع والطرح) $2 = 8 + 8 - 16$

$$2 = 0$$

♦ قابلية القسمة على 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

قابلية القسمة على ٢ يقبل العدد القسمة على ٢ إذا كان زوجياً ،
مثال: الأعداد ٦٠٨ ، ٢٣٨٤ لكن العدد ٤٦١ لا يقبل لماذا ؟ لأن آحاده ١

قابلية القسمة على ٣ يقبل العدد القسمة على ٣ إذا كان مجموع أرقام العدد تقبل القسمة على ٣ بدون باق .

مثال: ٣٥١ ، ٤٤٣ لكن العدد ٢١٤ لا يقبل القسمة لماذا ؟
لأن مجموع أرقامه (٧ = ٢+١+٤) لا يقبل القسمة على ٣ بدون باق

قابلية القسمة على ٤ يقبل العدد القسمة على ٤ ، إذا قبل العدد المكون من
آحاده وعشراته على ٤ بدون باق .

مثال: ٧٢٤ ، ٦١٢ لكن العدد ٦١٤ لا يقبل لماذا ؟
لأن آحاد وعشرات العدد (١٤) لا يقبل القسمة على ٤

قابلية القسمة على 0 يقبل العدد القسمة على 0 إذا كان رقم آحاده 0 أو 0
مثال: ١0، ٧٠، ١٠٠٠٠٠٠٠ لكن العدد ٧١ لا يقبل لماذا ؟
لأن رقم آحاده ١.

قابلية القسمة على ٦ يقبل العدد القسمة على ٦ إذا كان يقبل القسمة على ٢ و ٣ معا. معنى أن يكون العدد:-

١. زوجياً ٢. مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٣
مثال: ٤١٤ ، ٥٩١٠ لكن العدد ٥١٣ لا يقبل لماذا؟
لأن العدد ليس زوجياً بالرغم من أن مجموع أرقامه (٣+١+٥=٩) يقبل القسمة على ٣.

قابلية القسمة على ٧ نأخذ آحاد العدد و نضربه $\times ٢$ ثم نطرح باقي العدد من ناتج الضرب إذا كان الناتج يقبل القسمة $\div ٧$ فإن العدد الأصلي يقبل القسمة أيضاً على ٧

مثال: ٦٨٦ ، ٤١٣ لكن العدد ١٧٦ لا يقبل لماذا ؟

لأن : $٦ \times ٢ = ١٢$ ، $١٢ - ١٧ = ٥$ و هو لا يقبل القسمة على ٧

قابلية القسمة على ٨ إذا كان نصف العدد يقبل القسمة على ٤ فإن العدد يقبل القسمة على ٨

مثال: ٥٥٢ ، ٤٣٢ لكن العدد ٢٤٩ لا يقبل لماذا ؟
لأن نصف العدد $249 = 124,5$ وهو لا يقبل القسمة على ٤

قابلية القسمة على ٩ يقبل العدد القسمة على ٩ إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٩ بدون باقي.

مثال: ٨١٩ ، ٧٠٢ لكن العدد ٨٠٢ لا يقبل لماذا ؟
لأن مجموع أرقام العدد $(10 = 8 + 0 + 2)$ لا يقبل القسمة على ٩

قابلية القسمة على ١٠ إذا كان الآحاد صفراً
مثال: ١١٠ ، ١٨١٥٠ ، لكن العدد ٥٥١ لا يقبل لماذا ؟
لأن آحاد العدد (١) ليس بصفر

قابلية القسمة على ١٠ إذا كان مجموع الخانات الفردية - مجموع الخانات الزوجية = صفر أو يقبل القسمة على ١١
مثال: هل يقبل ٤٠٦٤٥٠ القسمة على ١١ ؟
مجموع الخانات الفردية $10 = 4 + 6 + 0$
مجموع الخانات الزوجية $4 = 0 + 4$
مجموع الخانات الفردية - مجموع الخانات الزوجية $10 - 4 = 6$ إذا يقبل القسمة على ١١

الأعداد الأولية

♦ الأعداد الأولية هي أعداد طبيعية لا تقبل القسمة إلا على نفسها والواحد (لها قاسمان فقط):

ومن أمثلة الأعداد الأولية:

٢, ٣, ٥, ٧, ١١, ١٣, ١٧, ١٩, ٢٣, ٢٩, ٣١, ٣٧, ٤١, ٤٣, ٤٧, ٥٣, ٥٩, ٦١, ٦٧, ٧١, ٧٣, ٧٩, ٨٣, ٨٩, ٩٧

و هذه هي جميع الأعداد الأولية بين الرقمين ١ و ١٠٠.
الواحد ليس عدد أولي لأن له قاسم واحد فقط وهو الواحد.
العدد الأولي لا يكون زوجي أبدا ما عدا ٢.

مثال: أي الأعداد التالية أولي؟

(د) ١١١

(ج) ١٠١

(ب) ١١٠

(أ) ١٠١

الحل: (أ).

لأنه لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى الواحد الصحيح
أما باقي الخيارات فتقبل القسمة ÷ ٣

♦ تحليل الأعداد إلى عواملها الأولية:

يمكن تحليل أي عدد صحيح إلى حاصل ضرب أعداد أولية تسمى العوامل الأولية.
مثال: حلل الأعداد التالية إلى عواملها الأولية:

(٢) ١٨٠

(١) ٦

$$١٨٠ = ٥ \times ٢ \times ٣ \times ٣ \times ٢ = ٥ \times ٢ \times ٩ \times ٢ = ١٠ \times ١٨$$

$$٦ = ٢ \times ٣$$

♦ القاسم المشترك الأكبر:

لأي عددين ، فإن أكبر عدد يقسمهما يسمى القاسم المشترك الأكبر (ق.م.أ)
 لإيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين :
 نحللها لعواملها الأولية، ونأخذ من كل عاملين مشتركين واحداً، حاصل ضرب هذه
 العوامل هو القاسم المشترك الأكبر.

مثال: أوجد القاسم المشترك الأكبر لما يلي:

$$(1) 70, 50$$

$$\text{ق.م.أ: } 10 = 5 \times 2$$

$$(2) 70, 36$$

$$\text{ق.م.أ: } 12 = 2 \times 3 \times 2$$

♦ المضاعف المشترك الأصغر:

لأي عددين ، فإن أصغر عدد مضاعف مشترك بينهما يسمى المضاعف المشترك
 الأصغر (م.م.أ).
 لإيجاد المضاعف المشترك الأصغر لعددين، نحللها لعواملها الأولية، ثم نأخذ من
 كل عاملين مشتركين واحداً، ثم نأخذ بقية العوامل ، حاصل ضرب هذه العوامل هو
 المضاعف المشترك الأصغر.

مثال توضيحي: أوجد المضاعف المشترك الأصغر لما يلي:

$$(1) 6, 4$$

$$\text{م.م.أ: } 12 = 3 \times 2 \times 2$$

$$(2) 30, 84$$

$$\text{م.م.أ: } 420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

الأعداد العشرية

♦ الأعداد العشرية:

عبارة عن كسر اعتيادي مقامه العشرة وقواها، وتستعمل الفاصلة العشرية لكتابتها عوضاً عن الكسر.

مثال: $\frac{7}{10}$ كسر اعتيادي يكتب ككسر عشري على الصورة ٠,٧

$$\text{أمثلة: } \frac{13}{10} = ١,٣ \quad , \quad \frac{9}{10} = ٠,٩ \quad , \quad \frac{1}{100} = ٠,٠١ \quad , \quad \frac{1}{1000} = ٠,٠٠١$$

♦ جمع وطرح الكسور العشرية:

نجمع بشكل رأسي بحيث نضع الفاصلة تحت الفاصلة، و نضع أصفار يمين الفاصلة بحيث يتساوى عدد الأرقام يمين كل فاصلة.

$$\begin{array}{r} ٠,٨ \\ - ٠,٧ \\ \hline ٠,٧٣ \end{array} \quad \text{مثال توضيحي:} \quad ٠,٧٣ = ٠,٧ - ٠,٨$$

♦ ضرب الأعداد العشرية:

١. نضرب العددين دون اهتمام بالفاصلة.
٢. نحسب المنازل عن يمين الفاصلة في الأعداد المضروبة.
٣. نضع الفاصلة في الناتج بعد عدد المنازل المحسوبة في الخطوة ٢ ولكن من اليمين.

مثال:

$$٠,٩ = ٠,٣ \times ٠,٣ \quad (١)$$

ملاحظة :

عند ضرب عدد عشري بقوى العشرة نحرك الفاصلة نحو اليمين بعدد الأصفار

مثال توضيحي:

$$\begin{aligned} ١١,٤ &= ١٠ \times ٠,١١٤ \quad , \quad ١,١٤ = ١٠ \times ٠,١١٤ \\ ١١٤ &= ١٠٠٠ \times ٠,١١٤ \quad , \quad ١١٤ = ١٠٠ \times ٠,١١٤ \end{aligned}$$

الأعداد العشرية

◆ قسمة الأعداد العشرية:

في القسمة نحول العدد العشري إلى كسر لتصبح القسمة أسهل

$$١,٨ = \frac{١٨}{١٠} = ٢ \div \frac{٣٦}{١٠} = ٢ \div ٣,٦ \quad (١)$$

$$٢,٦ = \frac{٢٦}{١٠} = ٤ \div \frac{١٠٤}{١٠} = ٤ \div ١٠,٤ \quad (٢)$$

◆ قسمة عدد عشري على عدد عشري:

نحرك فاصلة العدد المقسوم عليه لليمين حتى يصبح عدداً صحيحاً، وبنفس عدد المنازل نحرك فاصلة العدد المقسوم، فيصبح لدينا عدد عشري على عدد صحيح.

مثال توضيحي:

$$١٧,٥ = \frac{٣٥}{٢} = ٠,٢ \div ٣,٥$$

◆ عند قسمة عدد عشري على قوى العشرة نحرك الفاصلة ليسار بعدد الأصفار:

مثال توضيحي:

$$\begin{aligned} ٠,١١٤ &= ١٠٠ \div ١١,٤ & , & ٠,١١٤ = ١٠ \div ٠,١١٤ \\ ١,١٤٠٠ &= ١٠٠٠ \div ١١٤٠٠ & , & ٠,٠٠١١٤ = ١٠٠ \div ٠,١١٤ \end{aligned}$$

الكسور والعمليات عليها

◆ الكسر:

هو علاقة نسبية بين عددين على شكل بسط ومقام حيث نقسم البسط على المقام.

◆ جمع وطرح كسرين :

١- لهما نفس المقام (نجمع أو نطرح الكسرين ونحتفظ بنفس المقام).

$$\text{مثال: } \frac{13}{0} = \frac{3+10}{0} = \frac{3}{0} + \frac{10}{0}$$

٢- مختلفين في المقام (لا بد من توحيد المقامات ثم تتم عملية الجمع أو الطرح).

$$\text{مثال: } \frac{7}{12} = \frac{3+4}{12} = \frac{(3 \times 1) + (4 \times 1)}{3 \times 4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\text{مثال: } \frac{1}{12} = \frac{4-3}{12} = \frac{(4 \times 1) - (3 \times 1)}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

◆ ضرب الكسور:

$$\frac{1}{12} = \frac{1 \times 1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \quad \text{مثال: } \frac{\text{البسط} \times \text{البسط}}{\text{المقام} \times \text{المقام}}$$

◆ قسمة الكسور:

نحول علامة ÷ إلى × ونقلب الكسر الثاني

$$\text{مثال: } \frac{3}{4} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \div \frac{1}{4}$$

عند تساوي كسرين أو نسبتين فإن حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين.

$$\text{مثال: } \frac{2}{7} = \frac{1}{3} \leftarrow 2 \times 3 = 7 \times 1$$

$$7 = 2 \times 3 \leftarrow \frac{2 \times 3}{2} = \frac{7}{2} \leftarrow 3 = 3$$

الكسور والعمليات عليها

♦ تحويل العدد الكسري إلى كسر:

$2\frac{3}{4} \leftarrow$ نضرب المقام في العدد الصحيح (2×4) ثم نضيف الناتج إلى البسط
ويبقى المقام نفسه، $\frac{11}{4} = \frac{(4 \times 2) + 3}{4}$

♦ تحويل الكسر إلى عدد عشري:

$\frac{11}{4} \leftarrow$ نقوم بقسمة البسط على المقام ونكتب العدد الصحيح مع كسر، حيث
البسط يكون باقي القسمة ويبقى المقام نفسه
11 تقسيم 4 = 2 (العدد الصحيح) والباقي 3 (البسط) فيصبح بالشكل التالي: $2\frac{3}{4}$

♦ مقارنة الكسور:

(1) إذا كان لهما نفس المقام (نقارن البسط)

مثال: $\frac{1}{0} < \frac{2}{0}$ لأن $1 < 2$

(2) إذا كان مقامي الكسرين مختلفين (نقوم بعملية المقص)

مثال: $\frac{1}{1} > \frac{2}{0} \dots \frac{1}{1} \times 0 > 2 \times 2$ إذا $\frac{1}{1} > \frac{2}{0}$

* ويمكن تطبيق طريقة المقص في كل الحالات

♦ كسور عشرية مشهورة:

$$,7 = \frac{7}{10}$$

$$,125 = \frac{1}{8}$$

$$,25 = \frac{1}{4}$$

$$,5 = \frac{1}{2}$$

$$,8 = \frac{4}{5}$$

$$,625 = \frac{5}{8}$$

$$,375 = \frac{3}{8}$$

$$,75 = \frac{3}{4}$$

$$,33 = \frac{1}{3}$$

$$,4 = \frac{2}{5}$$

$$,2 = \frac{1}{5}$$

$$,875 = \frac{7}{8}$$

النسبة المئوية

♦ النسبة المئوية:

عبارة عن كسر مقامه ١٠٠، وبدلاً من كتابة الكسر كبسط ومقام يكتب البسط وبجانبه العلامة المئوية (%).

♦ تحويل النسب إلى نسبة مئوية:

يتم ذلك عن طريق جعل المقام = ١٠٠

مثال : حول النسب الآتية إلى نسبة مئوية :

$$٥ : ٤ \longrightarrow \text{للتحويل إلى نسبة نضرب } \left(\frac{٢٥}{٢٥}\right)$$

$$١٢٥ : ١٠٠ = (٢٥ \times ٥) : (٢٥ \times ٤) = ١٢٥\%$$

$$\frac{7}{٢٠} \longrightarrow \text{للتحويل إلى نسبة نضرب } \left(\frac{٥}{٥}\right)$$

$$\frac{٣٠}{١٠٠} = \frac{٥ \times ٦}{٥ \times ٢٠} = ٣٠\%$$

♦ تحويل الكسور إلى نسبة مئوية نحول علامة (%) إلى 100 في المقام و العكس:

$$\frac{١٥}{١٠٠} = ١٥\% , \quad \frac{٧}{١٠٠} = ٧\%$$

$$\frac{1}{٤} \longrightarrow \text{نستطيع تحويلها إلى نسبة مئوية بجعل المقام = ١٠٠ .}$$

$$\frac{٢٥}{١٠٠} = \frac{٢٥}{٢٥} \times \frac{1}{٤} = ٢٥\%$$

$$\frac{1}{٢} \longrightarrow \text{نستطيع تحويلها إلى نسبة مئوية بجعل المقام = ١٠٠ .}$$

$$\frac{٥٠}{١٠٠} = \frac{٥٠}{٥٠} \times \frac{1}{٢} = ٥٠\%$$

$$\frac{٣}{٤} \longrightarrow \text{نستطيع تحويلها إلى نسبة مئوية بجعل المقام = ١٠٠ .}$$

$$\frac{٧٥}{١٠٠} = \frac{٢٥}{٢٥} \times \frac{٣}{٤} = ٧٥\%$$

النسبة المئوية

♦ تحويل العدد العشري إلى نسبة مئوية:

$$0,79 = 79\% \text{ لأن } \frac{79}{100}$$

$$0,4 = 40\% \text{ لأن } \frac{40}{100}$$

♦ حساب النسبة المئوية لجزء من كل:

نقوم بقسمة مقدار الجزء على مقدار الكل: النسبة = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 100\%$

مثال: فصل به ٣٠ طالب ورسب ٣ طلاب. ماهي نسبة الرسوب؟

$$\text{الحل: نسبة الرسوب} = \frac{\text{عدد الطلاب الراسبين}}{\text{طلاب الفصل}} \times 100\% = \frac{3}{30} \times 100\% = 10\%$$

♦ نسبة الزكاة:

قانون نسبة الزكاة = المبلغ ÷ ٤٠

مثال: إذا أخرج شخص زكاة مقدارها ١٦٠٠ ريال و كانت نسبة الزكاة تساوي $\frac{1}{40}$ فكم المبلغ كامل ؟

الحل:

نفرض المبلغ = س

$$\frac{1600}{40} = \frac{س}{1}$$

$$س = 1600 \times 40 = 64000$$

♦ حساب النسبة من عدد:

نضرب النسبة في العدد مثلاً ٣٠٪ من العدد ١٠٠ يساوي ٣٠ لأن $100 \times \frac{30}{100} = 30$

النسبة المئوية

♦ حساب العدد من نسبة:

نضرب مقلوب النسبة في العدد أو نفرض أن العدد = س ونحل المعادلة
مثال: إذا كان ١٠٪ من عدد ما تساوي ٣٠ ما هو العدد؟

الحل (١): نقلب النسبة ونضربها في ٣٠

$$30 = 10\% \times \frac{100}{10}$$

الحل (٢): نفرض أن العدد = س

$$30 = 10\% \times \text{س} \quad \text{إذا س} = \frac{30}{10\%} = 300$$

♦ فكرة الميراث (التقسيمات):

مثال : توفي رجل وخلف تركه مقدارها ٣٠٠ دينار وزعت على ورثته وهما زوجته
وبنته بنسبة ٣ : ٧ .
أوجد نصيب كل منهما ؟

الحل :

الزوجة : البنت

٣ : ٧

مجموع الأجزاء = ٣ + ٧ = ١٠

نصيب الزوجة = $\frac{3}{10} = 90$ دينار

نصيب البنت = $\frac{7}{10} = 210$ دينار

البيع والشراء (الربح والخسارة)

هذه المسائل بشكل عام تتكون من ثلاثة حدود :
السعر الأصلي، وسعر الربح أو الخسارة، وسعر البيع.

$$\diamond \text{نسبة الربح} = \frac{\text{مقدار الربح}}{\text{السعر الأصلي}} \times 100\%$$

$$\diamond \text{نسبة الخسارة} = \frac{\text{مقدار الخسارة}}{\text{السعر الأصلي}} \times 100\%$$

◇ في حال الربح يكون سعر البيع عبارة عن: مقدار الربح = سعر البيع - السعر الأصلي

◇ وفي حال الخسارة (التخفيض): مقدار الخسارة (التخفيض) = السعر الأصلي - سعر البيع

مثال: اشترى شخص جهاز بـ ٥٣٠٠ ريال ثم أراد بيعه بربح ٤٠% ، فبكم باعه؟

الحل:

$$100 : 5300$$

$$\text{س : } 140$$

$$\text{س} \times 100 = 140 \times 5300$$

$$\text{س} = \frac{140 \times 5300}{100} = 7420 \text{ ريال}$$

مثال: اشترت فاطمة قطعتين من القماش الأولى بسعر ٦٠ ريال والثانية بسعر ٤٠ ريال إذا كان على الثانية تخفيض ٥٠% فكم نسبة التخفيض القطعة الثانية الى المبلغ الكلي ؟

الحل:

سعر القطعة الأولى = ٦٠ وسعر القطعة الثانية = ٤٠

المجموع الكلي قبل التخفيض = ١٠٠

$$\text{نسبة تخفيض القطعة الثانية} = \frac{0.50}{100} \times 40 = 20$$

سعر القطعة بعد التخفيض = ٢٠ ريال

$$\text{نسبة التخفيض إلى المبلغ الكلي} = \frac{20}{100} \times 100\% = 20\%$$

البيع والشراء (الربح والخسارة)

مثال: سعر خزانة ٦٢٥ في اليوم الأول و في اليوم الثاني ازدادت الى ٦٧٥ ،
فما النسبة المئوية للزيادة.

الحل:

$$\text{مقدار الزيادة} = 675 - 625 = 50$$

$$\text{نسبة الزيادة} = \frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{السعر الأصلي}} \times 100\%$$

$$\text{نسبة الزيادة} = 100\% \times \frac{50}{625} = 8\%$$

♦ أكثر من تخفيض أو زيادة:

الحالة الأولى: زيادة (ربح) ← زيادة (ربح)

$$\text{النسبة الكلية} = \text{مجموع النسبتين} + \frac{\text{ضربهما}}{100}$$

مثال: إذا زاد ثمن سلعة ١٠٪ ثم زاد ٢٠٪ فإن نسبة الزيادة الكلية؟

الحل:

بعد الزيادة الأولى أصبح ثمنها ١١٠٪

$$20\% \text{ من } 110\% = 22\%$$

$$\text{إذن نسبة الزيادة الكلية} = 10\% + 22\% = 32\%$$

الحل باستخدام القانون: مجموع النسبتين + $\frac{\text{ضربهما}}{100}$

$$32\% = 2 + 30 = \frac{20 \times 10}{100} + (20 + 10)$$

البيع والشراء (الربح والخسارة)

الحالة الثانية: نقص (تخفيض) ← نقص (تخفيض)

$$\text{النسبة الكلية} = \text{مجموع النسبتين} - \frac{\text{ضربهما}}{100}$$

مثال: إذا تم تخفيض ثمن سلعة ١٠٪ ثم تم تخفيض الثمن ٢٠٪ فإن نسبة التخفيض الكلية؟

الحل:

بعد التخفيض الأول أصبح ثمنها ٩٠٪

$$٢٠\% \text{ من } ٩٠\% = ٩٠ \times (١٠/٢٠) = ١٨\%$$

إذن نسبة التخفيض الكلية = ١٨٪ + ١٠٪ = ٢٨٪

الحل باستخدام القانون: مجموع النسبتين - $\frac{\text{ضربهما}}{100}$

$$٢٨\% = ٢ - ٣٠ = \frac{٢٠ \times ١٠}{100} - (٢٠ + ١٠)$$

الحالة الثالثة: زيادة ← نقص أو نقص ← زيادة

$$\text{النسبة الكلية} = (\text{الزيادة} - \text{التخفيض}) - \frac{\text{ضربهما}}{100}$$

مثال: إذا تم تخفيض ثمن سلعة ١٠٪ ثم تم الزيادة ٢٠٪ فإن النسبة الكلية؟

الحل:

بعد التخفيض أصبح ثمنها ٩٠٪

$$٢٠\% \text{ من } ٩٠\% = ٩٠ \times (١٠/٢٠) = ١٨\%$$

إذن النسبة الكلية = ١٨٪ - ١٠٪ = ٨٪ (زيادة لان الإشارة موجبة)

الحل باستخدام القانون: (الزيادة - التخفيض) - $\frac{\text{ضربهما}}{100}$

$$٨\% = ٢ - ١٠ = \frac{٢٠ \times ١٠}{100} - (١٠ - ٢٠)$$

ملاحظة: لو كان الناتج بالموجب يعني الزيادة ولو كان سالب يعني النقص

البيع والشراء (الربح والخسارة)

◆ نسب مشهورة:

- تخفيض ١٠٪ ثم تخفيض ١٠٪ = ١٩٪
- تخفيض ١٠٪ ثم تخفيض ٢٠٪ = ٢٨٪
- زيادة ١٠٪ ثم زيادة ١٠٪ = ٢١٪
- زيادة ١٠٪ ثم زيادة ٢٠٪ = ٣٢٪

◆ التسعير والفوترة والفئات:

مثال: إذا كان لدى أحمد ١٤٠ ريال من فئة ١٠ و ٥ ريال ، وعدد الأوراق ١٠ من فئة العشرة ريال ، فأوجد عدد الورق من فئة ٥ ريال.

الحل:

١٠ ورقات من فئة ال ١٠ = ١٠٠ ريال

تبقى ٤٠ ريال

عدد الأوراق من فئة ال ٥ ريال = $٤٠ \div ٥ = ٨$ ورقات

مثال: مع هدى ١٠ ورقات من فئة ال ٥ ريال وال ١٠ ريال إذا كان الذي من فئة العشرة ٤ أمثال الذي من فئة الخمسة فما هو المبلغ الكلي.

الحل:

فئة ٥ = س

فئة ١٠ = ٤س

س + ٤س = ١٠

س = ٢

المبلغ من فئة ٥ = $٥ \times ٢ = ١٠$

المبلغ من فئة ١٠ = $١٠ \times ٤ \times ٢ = ٨٠$

المبلغ الكلي = $٨٠ + ١٠ = ٩٠$

البيع والشراء (الربح والخسارة)

مثال: كان مع محمد ١٠٠ ورقة نقدية من فئة ٥ ، ١٠ وكانت فئة ١٠ ريال ٤ أضعاف فئة ٥ ريال فكم كان معه؟

الحل:

نفرض ما معه من فئة ٥ ريال = س

وبالتالي ما معه من فئة ١٠ ريال = ٤س

مجموع الأوراق : ١٠٠ = س + ٤س

٢٠ = س

إذاً، عدد الأوراق من فئة ٥ ريال = ٢٠ ورقة

وعدد الأوراق من فئة ١٠ ريال = ٢٠ × ٤ = ٨٠ ورقة

مجموع ما معه :

$$١٠٠ = ٢٠ \times ٥$$

$$٨٠ = ٨٠ \times ١٠$$

$$٩٠٠ = ١٠٠ + ٨٠٠$$

مثال: إذا كان شخص يتكلم عبر الهاتف وكان سعر الثلاث دقائق ب ٣ ريال ، وإذا زدنا دقيقة أو جزء من الدقيقة ستصبح بريالين ؛ فكم سيصبح سعر المكالمة إذا أضفنا ثلاثين دقيقة و نصف دقيقة ؟

الحل:

مدة المكالمة = ٣٠ ونص دقيقة + ٣ دقائق (لأنه ذكر أننا أضفنا) = ٣٣ ونص دقيقة

أول ٣ دقائق = ٣ ريال

سعر ٣٠ ونص دقيقة = ٣١ (لأن سعر نصف دقيقة يساوي سعر دقيقة) × ٢ = ٦٢ ريال

سعر المكالمة = ٣ + ٦٢ = ٦٥ ريال

البيع والشراء (الربح والخسارة)

مثال: عرض في محل خبز إذا اشترت ٣ فطائر تأخذ واحدة هدية مجانا، إذا كان سعر الواحدة ٤ ريال فكم المبلغ الذي سيدفع مقابل ١٦ فطيرة مع هذا العرض؟

الحل:

بالتناسب الطردي

$$\begin{array}{cc} ٤ & ١٢ \\ \text{س} & ١٦ \end{array}$$

$$\text{س} = \frac{١٢ \times ١٦}{٤} = ٤٨$$

مثال: إذا كان سعر $\frac{٥}{٧}$ من كيلو الجوافة = ١٠ ريال ، وسعر $\frac{٤}{٥}$ من كيلو الفراولة = ٨ ريال:

فقدان بين:

سعر كيلو الفراولة

سعر كيلو الجوافة

(ب) القيمة الثانية أكبر

(أ) القيمة الأولى أكبر

(د) المعطيات غير كافية

(ج) القيمتان متساويتان

الحل : (أ).

$$\text{سعر كيلو الجوافة} = ١٠ \times \frac{٧}{٥} = ١٤ \text{ ريال}$$

$$\text{سعر كيلو الفراولة} = ٨ \times \frac{٥}{٤} = ١٠ \text{ ريال}$$

مثال: سعر اليورو = ٣,٧٥ ريال وسعر الريال = ٣٠ ين

فقدان بين:

٣٢٠ ين

٣٠ يورو

(ب) القيمة الثانية أكبر

(أ) القيمة الأولى أكبر

(د) المعطيات غير كافية

(ج) القيمتان متساويتان

الحل : (أ).

$$٣٠ \text{ يورو} = ٣,٧٥ \times ٣٠ = ١١٢,٥ \text{ ريال}$$

$$٣٢٠ \text{ ين} = ٣٠ \div ٣٢٠ = ١٠٧ \text{ ريال}$$

القيمة الأولى أكبر

البيع والشراء (الربح والخسارة)

مثال: كيس به ٤٠ ورقة من فئة الربع ريال ما المبلغ المتكون من ١٠ أكياس؟

الحل:

أي أن الكيس فيه $٤٠ \times \frac{1}{٤} = ١٠$ ريال
إذاً يوجد في ١٠ أكياس : $١٠ \times ١٠ = ١٠٠$ ريال

◆ **الأقساط:**

مثال: سيارة سعرها ١٠٠٠٠ و اشتراها رجل بتقسيط ٥٠٠ في الشهر لمدة سنتين
فما نسبة الزيادة ؟

الحل:

سيدفع ٥٠٠ كل شهر لمدة سنتين إذاً $٥٠٠ \times ٢٤ = ١٢٠٠٠$ ريال

مقدار الزيادة $= ١٢٠٠٠ - ١٠٠٠٠ = ٢٠٠٠$ ريال

النسبة $= \frac{\text{الزيادة}}{\text{الأصل}} = ١٠ \times \frac{٢٠٠٠}{١٠٠٠٠} = ٢٠\%$

مثال: شخص اشترى سيارة بـ ٤٨٠٠٠ و دفع ١٨٢٠٠ و أراد تقسيط الباقي على
أن يدفع ٢٠٠ ريال كل شهر فكم شهر يحتاج ؟

الحل:

المتبقي ليدفعه $= ٤٨٠٠٠ - ١٨٢٠٠ = ٢٩٨٠٠$ ريال

عدد الشهور التي يحتاجها $= ٢٩٨٠٠ \div ٢٠٠ = ١٤٩$ شهر

♦ التناسب الطردي:

عبارة عن علاقة بين كميتين، تؤدي زيادة إحدهما إلى زيادة الأخرى، أو نقص إحدهما إلى نقص الأخرى.

زيادة ← زيادة وكذلك نقص ← نقص
في حالة مسائل التناسب الطردي: (نضرب بطريقة المقص)

$$\begin{array}{ccc} & \text{أ} & \text{ب} \\ & \swarrow & \searrow \\ \text{أ} \times \text{ب} & = & \text{د} \times \text{ج} \end{array}$$

مثال: ماكينة عصير تعبئ ١٠ زجاجة في خمس دقائق كم دقيقة تحتاج لتعبئ ١٢٠ زجاجة؟

الحل:

بالتناسب الطردي

$$0 \text{ ----- } 10$$

$$120 \text{ ----- } \text{س}$$

$$120 \times 0 = 10 \times \text{س}$$

$$\text{س} = 60$$

♦ التناسب العكسي:

علاقة بين كميتين، تؤدي الزيادة في أحدهما إلى نقصان الأخرى أو النقصان في أحدهما إلى زيادة الأخرى. ومن أمثلته السرعة والزمن، حيث إذا زادت السرعة، قل الزمن اللازم لقطع نفس المسافة.

في حالة مسائل التناسب العكسي: (نضرب بشكل أفقي)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{أ} \leftarrow \text{ب} \\ \text{ج} \leftarrow \text{د} \end{array} \right\} \text{أب} = \text{ج د}$$

مثال: إذا كان ٦ أشخاص تكفيهم المؤن لمدة ١٠ أيام:

قارن بين	
٧	عدد الأيام إذا زادوا ٤ أشخاص
(ب) القيمة الثانية أكبر	(أ) القيمة الأولى أكبر
(د) المعطيات غير كافية	(ج) القيمتان متساويتان

الحل : (ب).

بالتناسب العكسي

١٠ ----- ٦

١٠ ----- س

١٠س = ٦٠

س = ٦

♦ الضرب التبادلي:

نوع من أنواع التناسب، يربط بين ثلاث كميات، العلاقات فيما بينها طردية وعكسية في نفس الوقت. في هذا النوع من الأسئلة يجب ترتيب الكميات حسب التالي، بحيث يكون المفعول به في المنتصف، والزمن في الآخر.

فاعل مفعول به زمن

أ ب ج
د ه و

أ × ه × د = ج × ب × و

مثال: إذا كان ٥ عمال يصنعون ١٠٠ قطعة قماش في ٥ أيام ، فكم عامل يصنع ٣٣٦ قطعة في أسبوع؟

الحل:

عمال قطعة يوم

٥ ----- ١٠ ----- ٥

س ----- ٣٣٦ ----- ٧

(١٠) (٧) س = (٥) (٥) (٣٣٦) = ١٢ قطعة

♦ المتتابعات:

هي عبارة عن مجموعة من الأعداد مرتبة بطريقة معينة.
المتتابعة الحسابية أو (المتتالية الحسابية):
 هي متتابعة نحصل على كل حد فيها بإضافة مقدار ثابت إلى الحد الذي يسبقه ،
 نسمي هذا المقدار الثابت: أساس المتتابعة الحسابية.

يمكننا إيجاد حدود المتتابعة الحسابية :-

♦ باستخدام أساسها: نرى كيف تزداد أو تتناقص المتتابعة ونوجد الحد الأخير:

مثال: في المتتابعة : س ، ٩١ ، ١١١ ، ١٣١ ، ١٥١ ، ... ؛ ما قيمة س ؟

الحل:

نلاحظ أن المتتابعة تزيد ٢٠ في كل مرة

$$\text{س} = ٢٠ + ٩١$$

$$\text{س} = ٢٠ - ٩١ = ٧١$$

مثال: أوجد الحد الخامس في المتتابعة ٥٧ ، ٤٩ ، ٤١ ، ٣٣ ،

الحل:

المتتابعة تنقص بمقدار ٨

$$٢٥ = ٨ - ٣٣$$

♦ باستخدام قانون الحد النوني: $أ_n = أ_1 + د (ن - ١)$ حيث:

$أ_n$ = الحد النوني . $أ_1$ = الحد الأول .

$ن$ = رقم الحد . $د$ = أساس المتتابعة .

ملاحظة: نستخدم هذا القانون إذا كان التزايد ثابت وإذا كان مطلوب إيجاد حدود كبيرة

५००

العدد في الخانة رقم ١٠

المتتالية حسابية ، حدها الأول = ٢ ، الأساس = ٢
 باستخدام قانون الحد النوني : $a_n = a_1 + (n - 1) \times r$
 الحد (١٠) = الحد الأول + الأساس $\times (١٠ - ١)$
 الحد (١٠) = $٢ + (٩٩ \times ٢)$
 الحد (١٠) = $٢ + ١٩٨$
 الحد (١٠) = ٢٠٠
 إذاً القيمة الثانية أكبر

هي المتتابة التي تكون النسبة بين أي حد من حدودها والحد السابق له ثابتة وتسمى هذه النسبة (أساس المتتابة الهندسية).

يمكننا إيجاد حدود المتتابة الحسائية :-

♦ باستخدام القانون: $\chi^2 = n \times \frac{(1-n)}{n}$

حيث: أ (هو الحد الأول)، ر(هى الأساس)، ن(هو الحد)

♦ باستخدام أساس المتابعة الهندسية:

وذلك بضرب أساس المتتالية الهندسية (ر) × الحد الأخير فينتج لنا الجواب .

مثال: أكمل المتتابعة التالية : ١ ، ٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ٨١ ،

الحل:

٣ = متابعة هندسية وأساسها

الحد الأخير = $1 \times 11 = 11$

حل آخر باستخدام القانون: $\chi^2 = \chi^2_{(n-1)}$

$$1 = i^c$$
$$\mu = \frac{\mu}{1} = j$$
$$\Gamma \mathcal{E} \mathcal{W} = {}^0 \mathcal{W} = (1-\gamma) \mathcal{W} \times 1 = \gamma \mathcal{C}$$

♦ التزايد والتناقص في المتتابعة:

• إذا كانت المتتابعة تزايد فإنها تزايد بالجمع (أعداد متقاربة) أو تزايد بالضرب (أعداد متباعدة).

مثال: أكمل المتتابعة التالية : ١ ، ٤ ، ١٦ ، ٦٤ ، ٢٥٦ ،

الحل:

بضرب كل حد في ٤

$$١٠٢٤ = ٤ \times ٢٥٦$$

مثال: أكمل المتتابعة : ٢ ، ٤ ، ٧ ، ١١ ، ١٦ ،

الحل:

نلاحظ أن المتتابعة تزداد بالطريقة التالية ٢+ ، ٣+ ، ٤+ ، ٥+ ، ٦+ ،

$$٢٢ = ٦ + ١٦ = \text{إذا الحد الأخير}$$

• إذا كانت المتتابعة تنقص فإنها تنقص بالطرح (أعداد متقاربة) أو تنقص بالقسمة (أعداد متباعدة).

مثال: أوجد الحد التالي في المتتابعة التالية : ٥٩ ، ٥٨ ، ٥٦ ، ٥٣ ، ٤٩ ،

الحل:

الحل : نلاحظ أن المتتابعة تتناقص بالطريقة التالية ١- ، ٢- ، ٣- ، ٤- ، ٥-

$$٤٤ = ٥ - ٤٩$$

♦ الكسور في المتتابعات:

نلاحظ العلاقة بين الكسور وهل التغير يكون في البسط أو المقام أو البسط والمقام

مثال: أكمل المتتابعة التالية: ٢، $\frac{9}{4}$ ،، $\frac{3}{4}$ ، ٢، ٣

قارن بين

$\frac{10}{3}$ (ب)	$\frac{0}{3}$ (أ)
$\frac{9}{3}$ (د)	$\frac{9}{3}$ (ج)

الحل: (أ).

$$\frac{12}{4}, \frac{11}{4}, \frac{10}{4}, \frac{9}{4}, \frac{8}{4}$$

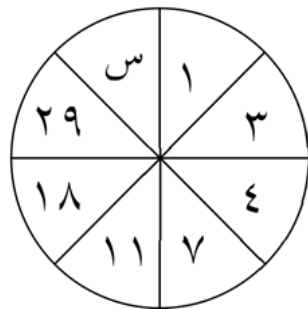
نجد أن النمط يزداد بمقدار واحد فقط في البسط:

$$\frac{0}{3} = \frac{10}{4} = \text{الحد المطلوب}$$

♦ الأشكال في المتتابعات:

نلاحظ الأشكال ونحاول معرفة النمط

مثال: أوجد قيمة س ؟

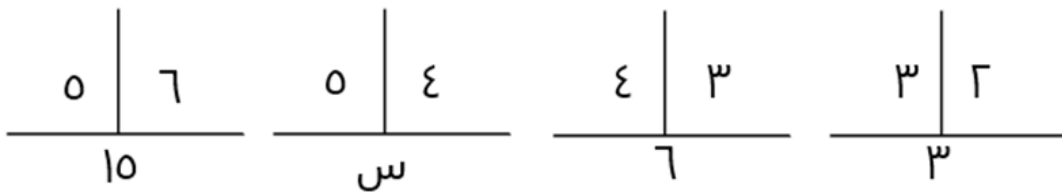


الحل:

بجمع الحدين السابقين

$$47 = 29 + 18$$

مثال: ما قيمة س في الشكل التالي؟



الحل:

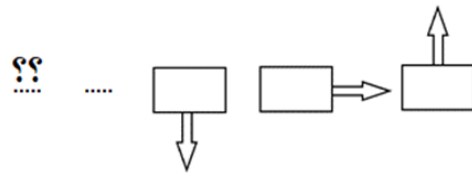
نضرب الرقمين العلويين ونقسم على ٢

$$3 = 2 \div 3 \times 2$$

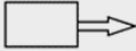
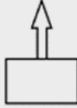
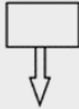
$$6 = 2 \div 4 \times 3$$

$$10 = 2 \div 5 \times 4$$

$$10 = \text{إذا س}$$



مثال: أوجد الشكل الخامس:

 (ب)	 (أ)
 (د)	 (ج)

الحل: (أ).

بملاحظة النمط (تدور الأسهم مع عقارب الساعة)

الأعداد المحصورة

♦ عدد الأعداد المحصورة بين عددين أ و ب = ب - أ - ١

مثال: عدد الأعداد المحصورة بين ٩ و ١٤٣ :

$$\text{الحل: } ١٣٣ = ١ - ٩ - ١٤٣$$

♦ عدد الأعداد من أ الى ب = ب - أ + ١

مثال: عدد الأعداد المحصورة من ٦٤ إلى ٩٣٢ :

$$\text{الحل: } ٨٦٩ = ١ + ٦٤ - ٩٣٢$$

♦ عدد الأعداد الفردية بين عددين زوجيين = $\frac{\text{العدد الأكبر} - \text{العدد الأصغر}}{٢}$

مثال: عدد الأعداد الفردية المحصورة بين ٨ و ٤٤ :

$$\text{الحل: } ٣٦ = ٨ - ٤٤$$

$$١٨ = ٢/٣٦$$

♦ عدد الأعداد الزوجية بين عددين فرديين = $\frac{\text{العدد الأكبر} - \text{العدد الأصغر}}{٢}$

مثال: عدد الأعداد الزوجية المحصورة بين ٣ و ٤٥ :

$$\text{الحل: } ٤٢ = ٣ - ٤٥$$

$$٢١ = ٢/٤٢$$

♦ مجموع الأعداد بين أ و ب = $\frac{(١-أ-ب) \times (ب+١)}{٢}$

مثال: مجموع الأعداد المحصورة بين ٣ و ٤٥

$$\text{الحل: } ٩٨٤ = \frac{(٤١) \times (٤٨)}{٢} = \frac{(١-٣-٤٥) \times (٤٥+٣)}{٢} = \frac{(١-أ-ب) \times (ب+١)}{٢}$$

♦ مجموع الأعداد من أ إلى ب = $\frac{(١+أ-ب) \times (ب+١)}{٢}$

مثال: مجموع الأعداد المحصورة من ٣ إلى ٤٥

$$\text{الحل: } ١٠٣٢ = \frac{(٤٣) \times (٤٨)}{٢} = \frac{(١+٣-٤٥) \times (٤٥+٣)}{٢} = \frac{(١+أ-ب) \times (ب+١)}{٢}$$

♦ عدد الصفحات التي تقرأ في كتاب = (النهاية - البداية + ١)

مثال: شخص قرأ كتاب من صفحة ٢٤ إلى ١٠٣ كم عدد الصفحات التي تم قراءتها؟

الحل: $١٠٣ - ٢٤ + ١ = ٨٠$ صفحة

♦ قانون الطابور الخطي = الترتيب من البداية + الترتيب من النهاية - ١

مثال: إذا وقف محمد في صف فكان ترتيبه من البداية السادس و من النهاية السادس عشر، فكم شخص يقف في الطابور ؟

الحل:

عدد الأشخاص في الطابور = ترتيب محمد من البداية + ترتيبه من النهاية - ١
 $٢١ = ١ - ٢٢ = ١ - ١٦ + ٦ =$

♦ قانون الطابور الدائري = الرقم الأعلى + الرقم الأقل - ٢

مثال: خالد وعلي يقفان في طابور دائري ، إذا بدأنا العد من خالد يكون ترتيب علي ١٢ وإذا بدأنا العد من علي يكون ترتيب خالد ٩ فكم شخص يقف في الصف؟

الحل:

القانون : الرقم الأعلى + الرقم الأقل - ٢
 $١٩ = ٢ - ٩ + ١٢ =$

♦ الدوريات:

هي الأشياء التي تتكرر بتتابع معين، مثل أيام الأسبوع، الأشهر إلخ

♦ أيام الأسبوع نقوم بقسمة العدد المعطى في السؤال على ٧ والباقي نعد منه:

مثال: إذا كان اليوم هو الأربعاء، فما هو اليوم بعد ١٠٠ يوم ؟

الحل:

$$100 \div 7 = 14 \text{ والباقي } 2$$

نبدأ بعد يومين بعد الأربعاء

يكون الجواب هو يوم الجمعة

مثال: إذا كان اليوم الخميس فكم مره يتكرر السبت في ٧٣ يوم ؟

الحل:

لابد من التركيز أن المطلوب هو كم سبت

$$73 \div 7 = 10 \text{ والباقي } 3$$

إذا ١٠ أسابيع وثلاثة أيام هي جمعة وسبت وأحد

إذا يكون الجواب ١١ مرة يتكرر السبت

♦ بداية ونهاية السنة نقسم عدد أيام السنة (٣٥٥) على أيام الأسبوع (٧):

مثال: إذا بدأت السنة يوم الثلاثاء فبأي يوم تنتهي السنة ؟

الحل:

عدد أيام السنة الهجرية ٣٥٥ يوم ,

نقسم عدد أيام السنة على أيام الأسبوع $355 \div 7 = 50$ والباقي ٥ أيام

نبدأ بالعد من يوم الثلاثاء خمسة أيام

ثلاثاء - الأربعاء - الخميس - جمعة - سبت

إذاً تنتهي السنة يوم السبت , أما إذا طلب اليوم الذي تبدأ فيه السنة الجديدة

نقوم بزيادة يوم بعد النهاية.

♦ عدد ساعات اليوم نقوم بقسمة العدد المعطى في السؤال على ٢٤ والباقي نعد منه:

مثال: إذا كانت الساعة ٣ فبعد ٥٢ ساعة كم تكون الساعة ؟

الحل:

$$٥٢ \div ٢٤ = ٢ \text{ والباقي } ٤$$

نبدأ العد من بعد الساعة ٣ بأربعة أرقام

تكون الساعة ٧

♦ أعداد دورية: نقوم بقسمة العدد المعطى في السؤال على عدد الأعداد التي تتكرر بشكل ثابت والباقي نعد منه:

مثال: في العدد الدوري ٠,٩٣٧٤١٠٩٣٧ يتكرر العدد (٩٣٧٤١) بعد الفاصلة ، فما هو العدد الـ (٤٥) بعد الفاصلة ؟

الحل:

عدد أرقام العدد الدوري الذي يتكرر = ٦ أرقام

$$٤٥ \div ٦ = ٧ \text{ والباقي } ٣$$

نعد ثلاثة أرقام بعد الفاصلة لنجد أن العدد (٣) هو العدد رقم ٤٥

♦ أمثلة مختلفة للدوريات:

مثال: مصنع ينتج عصير تفاح، برتقال، رمان، مانجو على التوالي، ما هي العلبة رقم ٢٢؟

الحل:

بعد أربع علب يتكرر النمط مرة أخرى، إذن سنقسم على ٤ ونحسب

من باقي القسمة

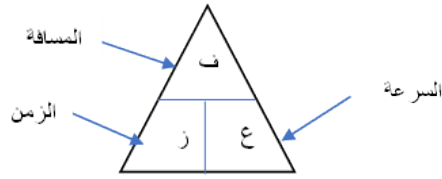
$$\frac{٢٢}{٤} = ٥ \text{ والباقي } ٢$$

إذن باقي القسمة هو ٢ فتكون في التكرار الأخير علب العصير

تفاح، برتقال

إذا العلبة رقم ٢٢ هي برتقال

المسافة والسرعة والزمن



$$f = s \times t \quad s = \frac{f}{t} \quad t = \frac{f}{s}$$

مثال: سرعة سيارة = ٤ كم / س ؛ فكم تقطع في ٤ ساعات ونصف ؟

الحل:

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن}$$

$$٤ \times ٤,٥ = ١٨ \text{ كم}$$

مثال: يذهب رجل إلى عمله بسرعة ١٢٠ كلم / ساعة، ويستغرق ساعتان ، فإذا أراد أن يذهب في ٣ ساعات، فكم يجب أن تكون سرعته ؟

الحل:

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = ١٢٠ \times ٢ = ٢٤٠ \text{ كلم}$$

$$\text{السرعة التي يجب أن يسير بها} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = ٢٤٠ \div ٣ = ٨٠ \text{ كلم / ساعة}$$

♦ **إذا تحرك جسمان من نقطة واحدة بسرعتين مختلفتين:**

- فإذا كانا في نفس الاتجاه نطرح السرعات.
- وإذا كانا في اتجاهين متعاكسين نجمع السرعات.

مثال: إذا مشيت سيارتين في اتجاهين متعاكسين وكانت سرعة الأولى ٣٧ كم/س وسرعة الثانية ٤٣ كم/س ، فما الوقت اللازم لقطع مسافة مقدارها ٨٠ كم؟

الحل:

$$\text{بعد ساعة ستكون المسافة المقطوعة} = ٣٧ + ٤٣ = ٨٠ \text{ كم}$$

$$\text{إذاً نحتاج لمدة مقدارها ١٠ ساعات لقطع مسافة ٨٠ كم}$$

مثال: يسير ولد في مضمار دائري بسرعة ٤ م/ث و آخر بسرعة ٥ م/ث فما المسافة بينهما بعد ٦٠ ثانية ؟

$$\text{الحل: الفرق بين السرعتين} = ٥ - ٤ = ١$$

إذا يكون الفرق بينهم ١ م في الثانية الواحدة

بعد ٦٠ ثانية يصبح الفرق ٦٠ متر

المسافة والسرعة والزمن

◆ زمن الالتقاء:

إذا تحرك جسمان في نفس الاتجاه بينهما مسافة معينة، أو أن أحدهما تحرك بعد الآخر فإنه يمكن حساب زمن التقائهما كالتالي:

$$\text{زمن الالتقاء} = \frac{س_أ \times ز_{\Delta}}{س_{\Delta}} = \frac{ف_{\Delta}}{س_{\Delta}}$$

حيث:

س_أ: سرعة الجسم المنطلق أولاً

ز_Δ: فرق الزمن بين انطلاقيهما

ف_Δ: فرق المسافة بينهما عند الانطلاق

س_Δ: فرق سرعتيهما = س_٢ - س_١

مثال: انطلقت سيارة بسرعة ٨٠ كم/س ثم انطلقت بعدها بساعة سيارة أخرى بسرعة ١٠٠ كم/س فبعد كم ساعة تتساوى المسافات بينهما؟

الحل:

$$\text{زمن الالتقاء} = \frac{س_أ \times ز_{\Delta}}{س_{\Delta}} = \frac{١ \times ٨٠}{٨٠ - ١٠٠} = \epsilon \text{ ساعات}$$

مثال: كلب يلاحق أرنب و الفرق بينهم ١٥٠ قدم .. إذا كان الكلب يقفز ٩ ق/ث و الأرنب يقفز ٧ ق/ث كم عدد القفزات حتى يلحق به ؟

الحل:

$$\text{زمن اللحاق} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الفرق بين السرعتين}} = \frac{١٥٠}{٧ - ٩} = \text{ص٠}$$

◆ قانون عدد الدورات (في الدراجة أو متسابق في مضمار دائري):

$$\text{عدد الدورات} = \frac{\text{المسافة}}{\text{المحيط}}$$

المسافة = المحيط × عدد الدورات

بما أن الشكل دائرة فالمحيط = ٢ ط نق

المسافة والسرعة والزمن

مثال: يقطع رجل ٣٠ دورة في ٩٠ دقيقة حول الملعب. إذا كان محيط الملعب = ١٨٠ متر.

قارن بين	
٤٥ م/د	سرعة الرجل
(ب) القيمة الثانية أكبر	(أ) القيمة الأولى أكبر
(د) المعطيات غير كافية	(ج) القيمتان متساويتان

الحل: (أ).

$$\begin{aligned}
 \text{المسافة} &= \text{المحيط} \times \text{عدد الدورات} \\
 &= ١٨٠ \times ٣٠ = ٥٤٠٠ \text{ م} \\
 \text{السرعة} &= \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} \\
 &= \frac{٥٤٠٠}{٩٠} = ٦٠ \text{ متر / دقيقة}
 \end{aligned}$$

مثال: عجلة نصف قطرها ٢٥ سم ، تدور ١٢ دورة فكم المسافة بالسنتيمتر؟

الحل:

$$\begin{aligned}
 \text{المسافة} &= \text{محيط العجلة} \times \text{عدد الدورات} \\
 &= ٢ \times ٣,١٤ \times ٢٥ \times ١٢ \\
 &= ٣,١٤ \times ٦٠٠ = ١٨٨٤ \text{ سم}
 \end{aligned}$$

السرعة المتوسطة

♦ زمن الالتقاء:

$$\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلي}} = \text{السرعة المتوسطة}$$

وفي حال كانت سرعتين فقط ، وقطعت كل سرعة نفس المسافة

$$\frac{\text{السرعة المتوسطة} = \frac{2 \times \text{حاصل ضرب السرعتين}}{\text{مجموع السرعتين}}}$$

مثال ١: تقطع سيارة مسافة ١٠٠ كلم لمدة ساعتين، ثم تعود نفس المسافة في ثلاث ساعات. كم سرعتها المتوسطة؟

الحل:

$$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{100+100}{2+3} = 40 \text{ كم/س}$$

مثال ٢: سار أمجد سرعة ٣ كم / س من بيته إلى الملعب، ثم عاد مهرولاً بسرعة ٧ كم/س. كم سرعته المتوسطة؟

الحل:

$$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{2 \times \text{س} \times \text{س} 2}{\text{س} 1 + \text{س} 2} = \frac{2 \times (3) \times (7)}{7+3} = 4,2 \text{ كم/س}$$

انتبه: متوسط السرعة = $\frac{\text{مجموع السرعات}}{2}$ وهو لا يساوي السرعة المتوسطة.

(لأن المتوسط $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$.)

العمل المشترك + الصنبور

♦ قانون الزمن المشترك:

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{z_a} + \frac{1}{z_r} + \dots$$

حيث:

ز: الزمن المشترك

ز_أ: زمن إنجاز العمل الأول

ز_ر: زمن إنجاز العمل الثاني

ملحوظة: (إذا كانت الحنفية تفرغ فيكون زمنها سالب)

مثال: ٣ حنفيات الأولى تعباً في ١٢ ساعة والثانية ٢٠ ساعة والثالثة ٣٠ ساعة وفتحت الحنفيات الثلاثة معاً ففي كم ساعة يعبأ الخزان بالكامل ؟

الحل:

$$\frac{1}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{1}{z} + \frac{1}{z_a} + \frac{1}{z_r} = \frac{1}{z} = \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$$
$$\frac{1}{6} = \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$$
$$\text{بقلب الكسر} = \frac{6}{1} = 6 \text{ ساعات}$$

مثال: ٣ حنفيات الأولى تعباً في ٤ ساعات والثانية تعباً في ٣ ساعات وهناك مخرج يفرغ في ساعتين. وفتحت الحنفيات الثلاثة معاً ففي كم ساعة يعبأ الخزان بالكامل ؟

الحل:

$$\frac{1}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{1}{z} + \frac{1}{z_a} + \frac{1}{z_r} = \frac{1}{z} = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{12} = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$
$$\text{بقلب الكسر} = \frac{12}{1} = 12 \text{ ساعات}$$

الأوقات والأزمنة

◆ القرن = 100 سنة

- القرن الأول: بين عامي ١ - ١٠٠
- القرن الثاني: بين عامي ١٠١ - ٢٠٠
- القرن الرابع عشر: بين عامي ١٣٠١ - ١٤٠٠

◆ العقد = 10 سنوات

- فالعقد الأول من القرن التاسع عشر يكون بين عامي ١٨٠١ - ١٨١٠
- العقد الثاني من نفس القرن بين عامي ١٨١١ - ١٨٢٠

السنة الهجرية ← ٥٠ أسبوع

١ سنة = ٣٥٥ يوم

اليوم ← ٢٤ ساعة

١ ساعة ← ٦٠ دقيقة

١ دقيقة ← ٦٠ ثانية

مثال: إذا كان خالد يعمل ٦ أيام في الأسبوع فإذا عمل في الشهر ١٩٢ ساعة فكم عدد ساعات التي يعملها في اليوم تقريبا ؟

الحل:

$$١٩٢ \div ٤ = ٤٨ \text{ ساعة (في الأسبوع)}$$

$$٤٨ \div ٦ = ٨ \text{ ساعات (في اليوم)}$$

مثال: محاضرة تبدأ الساعة الثامنة، وبين كل محاضرة والأخرى ٤ دقائق استراحة، فإذا كانت الساعة بعد المحاضرة الرابعة: ٣٢:١١، فكم مدة كل محاضرة؟

الحل:

مقدار الاستراحات = ١٢ دقيقة

من الساعة الثامنة إلى وقت المحاضرة الرابعة = ٣ ساعات و ٣٢ دقيقة = ٢١٢ دقيقة

$$\text{زمن المحاضرات} = ٢١٢ - ١٢ = ٢٠٠$$

$$\text{زمن المحاضرة الواحدة} = ٢٠٠ / ٤ = ٥٠ \text{ دقيقة}$$

الأوقات والأزمنة

مثال: من الساعة ٨:٠٠ مساءً إلى الساعة ٢:٣٠ صباحاً إذا قسم الوقت بالدقيقة على ٦ أشخاص فما نصيب الواحد بالدقيقة؟

الحل:

من الساعة ٨ لـ ٢:٣٠ = ٦ ساعات ونصف

٣٦٠ دقيقة + ٣٠ دقيقة = ٣٩٠ دقيقة

الشخص الواحد = $٦٠ = ٣٩٠ \div ٦$ دقيقة

مثال: كم الفرق بالدقائق بين $\frac{٢}{٣}$ من الساعة ، وبين $\frac{٥}{٧}$ من الساعة؟

الحل:

$$٤٠ = ٦٠ \times \frac{٢}{٣} \text{ دقيقة}$$

$$٥٠ = ٦٠ \times \frac{٥}{٧} \text{ دقيقة}$$

الفرق بينهما = $١٠ = ٤٠ - ٥٠$ دقائق

الزاوية بين عقارب الساعة

- يتحرك عقرب الدقائق 360° في الساعة
- أي أنه يتحرك في الدقيقة الواحدة 6 درجات
- يتحرك عقرب الساعات 30° في الساعة الواحدة
- قياس الزاوية = $|(عدد الساعات \times 30) - (عدد الدقائق \times \frac{11}{2})|$

مثال: إذا كانت الساعة ٣٠ : ١٢ ، فما الزاوية الصغرى بين عقرب الدقائق و الساعات؟

الحل:

$$\begin{aligned} \text{الزاوية} &= |(عدد الساعات \times 30) - (عدد الدقائق \times \frac{11}{2})| \\ \text{الزاوية} &= |(30 \times 12) - (\frac{11}{2} \times 30)| \\ \text{الزاوية} &= 360 - 165 = 195^\circ \text{ هذه الزاوية الكبرى لأنها أكبر من } 180^\circ \\ \text{الزاوية الصغرى} &= 360 - 195 = 165^\circ \end{aligned}$$

مثال: إذا كان عقربي الدقائق والساعات على ١٢ فبعد مرور ٣ ساعات كم تكون الزاوية ؟

الحل:

$$\text{الزاوية} = |(3 \times 30) - (\frac{11}{2} \times \text{صفر})| = 90$$

حل آخر:

من ١٢ إلى ١ = 30° درجة

من ١ إلى ٢ = 30° درجة

من ٢ إلى ٣ = 30° درجة

$30 + 30 + 30 = 90^\circ$ درجة

حساب عدد الأشجار والأعمدة

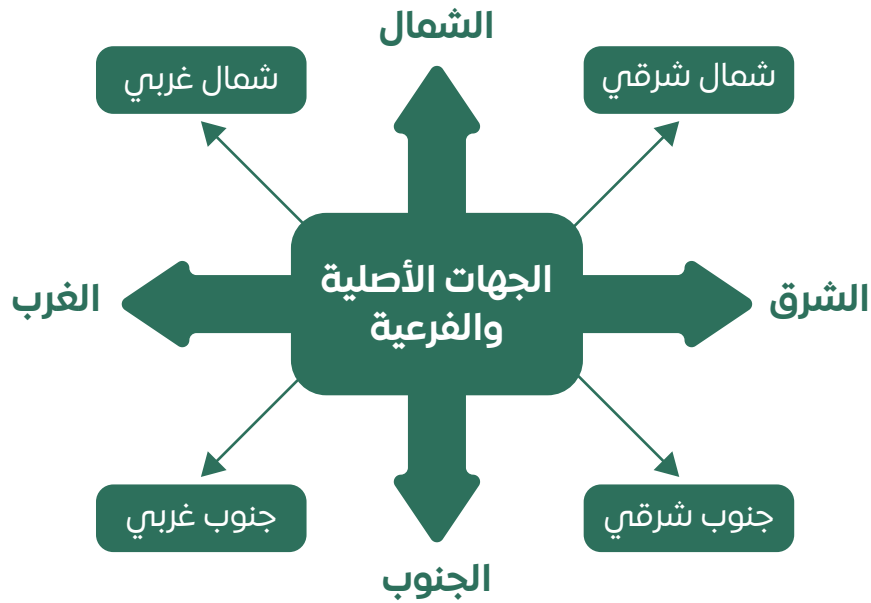
$$\blacklozenge \text{ عدد الأشجار أو الأعمدة} = 1 + \frac{\text{طول الطريق}}{\text{المسافة بين شجرتين (عمودين)}}$$

مثال: طريق طوله ١ كم , كم عمود إنارة لازم لإضاءته كل ٢٠ م من أوله لآخره؟

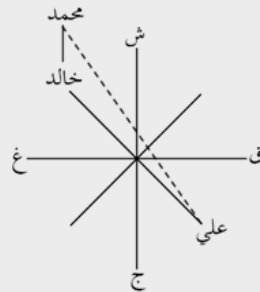
الحل:

١ كم = ١٠٠ م

$$\text{عدد أعمدة الإنارة} = \frac{100}{20} + 1 = 0.5 + 1 = 1.5$$



مثال: إذا كان خالد يقع شمال غرب علي ، وكان محمد يقع شمال خالد ، فأين يقع علي من محمد ؟



الحل: جنوب شرق

♦ اتجاه القبلة يكون دائما عكس الاتجاهات المعطاة في السؤال:

مثال: مدينة تقع جنوب شرق السعودية فأين يكون اتجاه القبلة؟

الحل: شمال الغرب

مقياس الرسم والقياس

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

مع مراعاة تحويل الطولين إلى وحدة واحدة.

مثال: اذا كانت المسافة بين مدينة الرياض والخرج هي ١٠ كيلومتر وكانت المسافة على الخريطة هي ٤ سم ، أوجد مقياس الرسم.

الحل:

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

الطول الحقيقي = ١٠ كيلومتر بالتحويل إلى سم

١ كيلومتر = ١٠٠ متر

١ متر = ١٠٠ سم

اذن ١٠ كيلومتر = ١٠٠٠ متر = ١٠٠٠٠٠ سم (١٠ مليون سم)

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{٤}{١٠٠٠٠٠} = \frac{١}{٢٥٠٠٠}$$

مقياس الرسم والقياس

♦ قواعد تحويل الوحدات القياسية:

قياس المسافة	سم	متر	كم	١ كم = ١٠٠ م ١ م = ١٠ سم
قياس المساحة	سم ^٢	م ^٢	كم ^٢	١ م ^٢ = ١٠٠٠ سم ^٢ ١ كم ^٢ = ١ مليون متر ^٢
قياس الكتلة	جم	كجم	طن	١ طن = ١٠٠٠ كجم ١ كجم = ١٠٠٠ جم
قياس الحجم	لتر	م ^٣	سم ^٣	١ لتر = ١٠٠٠ سم ^٣ ١ لتر = ١٠٠٠ مل ١ م ^٣ = ١٠٠٠ لتر ١ م ^٣ = ١ مليون سم ^٣
قياس السرعة	م/ث	كم/س	-	١ م/ث = ٣,٦ كم/ساعة ١ كم/ث = ١٠٠٠ م/ث ١ كم/س = $\frac{0}{18}$ م/ث
قياس الوقت	ثانية	دقيقة	ساعة	١ ساعة = ٦٠ دقيقة ١ دقيقة = ٦٠ ثانية

- التحويل من الكبير إلى الصغير (نضرب).
- التحويل من الصغير إلى الكبير (نقسم).

الخصائص الجبرية للعمليات الحسابية

◆ المعادلات من الدرجة الأولى:

الصورة العامة : أس + ج = صفر

تكون مثلاً على الهيئة التالية: $٢س + ٣ = ١$

نقوم بجعل (س) في طرف

$$٢س = ١ - ٣ \text{ إذا } ١ - ٣$$

◆ تحويل الأسئلة المقالية إلى معادلة:

لحل هذه المسائل نتبع الخطوات التالية :

- نرمز للمجهول في المسألة بالرمز (س).
- نكون معادلة بالنسبة للمجهول (س) من معطيات السؤال.
- نحل المعادلة.

مثال: اذا كان ما مع أحمد من النقود ثلاثة أمثال ما مع سعيد ، وكان مجموع ما معهما ٤٠ ريالاً ، فما مقدار ما مع سعيد؟

الحل:

نفرض أن ما مع سعيد = (س) ، إذا، ما مع أحمد = $٣س$

المعادلة هي :

$$٤٠ = ٣س + س$$

$$٤٠ = ٤س$$

$$١٠ = س$$

ما مع سعيد = س = ١٠ ريال

◆ فرض الأعداد:

- عددان متتاليان نفرضهم (س ، س+١).
- ٣ أعداد متتالية نفرضهم (س ، س+١ ، س+٢) وهكذا.
- عددان زوجيان أو فرديان متتاليان نفرضهم (س ، س+٢).
- ٣ أعداد زوجية أو فردية متتالية نفرضهم (س ، س+٢ ، س+٤) وهكذا.

الخصائص الجبرية للعمليات الحسابية

مثال: عددان فرديان متتاليان مجموعهما 48 فأوجد العدد الأكبر ؟

الحل:

عددان فرديان متتاليان : (س ، س + ٢)

$$س + س + ٢ = 48$$

$$2س = 46$$

$$س = 23$$

المطلوب العدد الأكبر : (٢٥ = ٢ + ٢٣)

♦ المعادلات من الدرجة الثانية:

الصورة العامة: أس + ب س + ج = صفر

١) حل معادلة من الدرجة الثانية بالتحليل

مثال: س^٢ - ١٠س = ٢١

أولا نجعل المعادلة على شكل أس + ب س + ج = ٠

$$س^2 - ١٠س + ٢١ = ٠$$

الان نوجد عددين مجموعهم = ١٠- وحاصل ضربهم = ٢١

نلاحظ أن مجموع ٧- و ٣- مجموعهم = ١٠- وحاصل ضربهم = ٢١

$$(س - ٧) (س - ٣) = ٠$$

$$س - ٧ = ٠ \text{ اذن } س = ٧$$

أو

$$س - ٣ = ٠ \text{ اذن } س = ٣$$

الخصائص الجبرية للعمليات الحسابية

٢) حل معادلة من الدرجة الثانية بالقانون العام
إذا كانت المعادلة التربيعية: $أس^٢ + ب س + ج = ٠$

$$\text{فإن } س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ ج}}{٢ أ}$$

مثال: $س^٢ - ١٠س + ٢١ = ٠$ أوجد س؟

الحل:

$$أ = ١$$

$$ب = -١٠$$

$$ج = ٢١$$

$$\text{فإن } س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ ج}}{٢ أ}$$

$$س = ٧ \quad \text{أو} \quad س = ٣$$

♦ القيمة المطلقة:

$|س|$ = المسافة على خط الأعداد من الصفر إلي العدد س بمعنى أن القيمة المطلقة ترفض الإشارة السالبة.

مثال :

$$أ) |٦| = ٦$$

$$ب) |-٦| = ٦$$

$$ج) \sqrt{س^٢} = |س|$$

♦ جذور (أ ، ب) أعداد موجبة:

الخاصية	التعريف	مثال
الجمع	$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$	$\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{25} = 5$
الطرح	$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a-b}$	$\sqrt{16} - \sqrt{9} = \sqrt{7}$
الضرب	$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$	$\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{36} = 6$
القسمة	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{16}{4}} = \sqrt{4} = 2$
إنطاق المقام (للتخلص من الجذر في المقام)	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a \times b}}{b}$	$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{36}}{3} = \frac{6}{3} = 2$
لا يمكن جمع الجذور بهذه الطريقة	$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$
مجموع رقمين داخل الجذر أصغر من مجموع الجذرين	$\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{9+16} < \sqrt{9} + \sqrt{16}$
الفرق بين رقمين داخل الجذر الجذر أكبر من الفرق بين الجذرين	$\sqrt{a-b} < \sqrt{a} - \sqrt{b}$	$\sqrt{16-9} < \sqrt{16} - \sqrt{9}$
التحويل من الجذور إلى الأسس	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$	$\sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}}$
جذر الأعداد العشرية	نقوم بتحويل العدد العشري إلى كسر	$\sqrt[3]{0.008} = \sqrt[3]{\frac{8}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{2}{10} = 0.2$
الضرب والجمع داخل الجذر	$\sqrt{a \times b \times c} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c}$ $\sqrt{a+b+c} = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$	$\sqrt{8 \times 27} = \sqrt{8} \times \sqrt{27} = 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{6}$ $\sqrt{9+16+25} = \sqrt{9} + \sqrt{16} + \sqrt{25} = 3+4+5=12$

◆ أشهر الجزور:

$20 = 2\sqrt{10}$	$12 = 2\sqrt{3}$	$7 = \sqrt{49}$	$2 = \sqrt{4}$
$3 = \sqrt{9}$	$13 = \sqrt{169}$	$8 = \sqrt{64}$	$3 = \sqrt{9}$
$4 = \sqrt{16}$	$14 = \sqrt{196}$	$9 = \sqrt{81}$	$4 = \sqrt{16}$
$5 = \sqrt{25}$	$15 = \sqrt{225}$	$10 = \sqrt{100}$	$5 = \sqrt{25}$
$7 = \sqrt{49}$	$20 = \sqrt{400}$	$11 = \sqrt{121}$	$7 = \sqrt{49}$

◆ مقارنة الجزور:

١) إذا كان الجزر وحيد أو جذور مضروبة أو مقسومة. هنا نقوم بتربيع الطرفين
مثال:

قارن بين	
$\sqrt{2000}$	$0,0$
(ب) القيمة الثانية أكبر	(أ) القيمة الأولى أكبر
(د) المعطيات غير كافية	(ج) القيمتان متساويتان

الحل: (ج)

بتربيع الطرفين نجد أن القيمتين $\sqrt{2000} = 0,0$

مثال:

قارن بين	
13	$\sqrt{11 + 81}$
(ب) القيمة الثانية أكبر	(أ) القيمة الأولى أكبر
(د) المعطيات غير كافية	(ج) القيمتان متساويتان

الحل: (ب)

بتربيع القيمتين

القيمة الأولى = 92

القيمة الثانية = 169

(2) إذا كانت الجذور مجموعة أو مطروحة. نقوم بإيجاد قيمة الجذور (لا نقوم بتربيع الطرفين)

$2,2 \approx \sqrt{5}$	$1,7 \approx \sqrt{3}$	$1,4 \approx \sqrt{2}$
$2,8 \approx \sqrt{8}$	$2,6 \approx \sqrt{7}$	$2,4 \approx \sqrt{6}$

مثال:

قارن بين	
$\sqrt{99} + \sqrt{99}$	99
(ب) القيمة الثانية أكبر	(أ) القيمة الأولى أكبر
(د) المعطيات غير كافية	(ج) القيمتان متساويتان

الحل: (أ)

$$10 \approx \sqrt{100} \approx \sqrt{99}$$

إذاً القيمة الثانية $\approx 10 + 10 = 20$

$$20 < 99$$

مثال:

قارن بين	
$\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}$	3
(ب) القيمة الثانية أكبر	(أ) القيمة الأولى أكبر
(د) المعطيات غير كافية	(ج) القيمتان متساويتان

الحل:

$$1,7 \approx \sqrt[3]{3} , 1,4 \approx \sqrt[3]{2}$$

$$3,1 = 1,7 + 1,4 = \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}$$

إذا القيمة الثانية أكبر

الخاصية	التعريف	مثال
الضرب	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$2^8 = 2^{0+3} = 2^0 \times 2^3$
القسمة	$a^m \div a^n = a^{m-n}$	$2^3 = 2^{\varepsilon-7} = 2^{\varepsilon} \div 2^7$
الجمع والطرح	نأخذ عامل مشترك	$(2^1 + 1)^{\varepsilon} = 2^0 + 2^{\varepsilon}$
الأس السالب	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (حيث $a, b \neq 0$) $\left(\frac{1}{a}\right)^n = a^{-n}$	$\left(\frac{7}{0}\right)^0 = \left(\frac{0}{7}\right)^0$ $\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^3 = (\varepsilon)^{-3}$
أس الأس	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$2^{12} = \varepsilon^{\varepsilon \times 3} = \varepsilon^3$
نتائج الضرب	$(a \times b)^m = a^m \times b^m$	$\varepsilon^3 \times \varepsilon^2 = \varepsilon^{(3 \times 2)}$ $\varepsilon^2 \times \varepsilon^6 = \varepsilon^{(2 \times 6)} = \varepsilon^{12}$
القوة الصفرية	أصفر = 1	$1 = (1 \cdot -) = 9 = 7$
التساوي	إذا كان $a^m = a^n$ فإن $(m=n)$ إذا كان $a^m = a^n$ فإن $(a=b)$	$9^{\varepsilon} = 9^{\varepsilon}$ فإن $(\varepsilon=\varepsilon)$ $2^{\varepsilon} = 2^{\varepsilon}$ فإن $(\varepsilon=\varepsilon)$
الأس الزوجي والفردى	$(-a)^n$ ن عدد زوجي: - نحذف الإشارة السالبة ن عدد فردي: - نبقي الإشارة السالبة	$2^8 = 2^{(8-)}$ $2^{-8} = 2^{(-8)}$

◆ أسس مشهورة:

$2^8 = 256$	$2^{10} = 1024$	$2^9 = 512$	$2^{\varepsilon} = 2$
$2^{11} = 2048$	$2^{12} = 4096$	$2^{13} = 8192$	$2^8 = 256$
$2^{14} = 16384$	$2^{15} = 32768$	$2^{16} = 65536$	$2^7 = 128$
$2^{17} = 131072$	$2^{18} = 262144$	$2^{19} = 524288$	$2^6 = 64$
$2^{20} = 1048576$	$2^{21} = 2097152$	$2^{22} = 4194304$	$2^5 = 32$

الرقم مرفوع لأي أس	طريقة إيجاد آحاده	مثال
الرقم 0	الآحاد يكون 0 دائما	$20 = 2 \times 10$ $120 = 12 \times 10$ $700 = 7 \times 100$ $70430 = 7043 \times 10$
الرقم 6	الآحاد يكون 6 دائما	$36 = 3 \times 6$ $216 = 21 \times 6$ $336 = 33 \times 6$ $13676 = 1367 \times 6$
الرقم 4	الأس فردي: الآحاد يكون 4 دائما الأس زوجي: الآحاد يكون 6 دائما	$36 = 3 \times 4$ $74 = 7 \times 4$ $1924 = 192 \times 4$ $2404 = 240 \times 4$
الرقم 9	الأس فردي: الآحاد يكون 9 دائما الأس زوجي: الآحاد يكون 1 دائما	$81 = 8 \times 9$ $729 = 72 \times 9$ $519 = 51 \times 9$ $2509 = 250 \times 9$
الأرقام 2, 3, 7, 8	نقسم الأس على 4 والباقي يكون هو الأس الجديد ثم نأخذ الآحاد *عند عدم وجود باقي فإن الأس = 4	22 نقسم 22 على $4 = 5$ والباقي 2 إذا يصبح $2 = 4$ (آحاد $22 = 4$) 2173 نقسم 2173 على $4 = 543$ والباقي 1 إذا يصبح $3 = 12$ (آحاد $2173 = 12$) 997 نقسم 997 على $4 = 249$ والباقي 1 إذا يصبح $7 = 349$ (آحاد $997 = 349$) 108 نقسم 108 على $4 = 27$ والباقي صفر إذا يصبح $8 = 27$ (آحاد $108 = 27$) *لأنه لا يوجد باقي أصبحت 8

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين

♦ حل النظام بطريقة الحذف:

سيتم توضيح طريقة الحذف باستخدام المثال التالي :

$$\text{س} + ٢ = ٩ \leftarrow ١$$

$$\text{س} - ٣ = ١٣ \leftarrow ٢$$

(بضرب المعادلة رقم ٢ في العدد ٢ ثم جمع المعادلتين)

$$٧\text{س} = ٣٥$$

$$\text{س} = ٥$$

التعويض في إحدى المعادلات (سنختار ١ على سبيل المثال)

$$\text{ص} = ٢$$

♦ حل النظام بطريقة التعويض:

$$\text{س} + ٢ = ٩ \leftarrow ١$$

$$\text{س} - ٣ = ١٣ \leftarrow ٢$$

من المعادلة (١) نجد أن $\text{س} = ٩ - ٢$

بالتعويض بقيمة س في المعادلة (٢)

$$٣(٩ - ٢) - \text{ص} = ١٣ \leftarrow ٢٧ - ٦\text{ص} - \text{ص} = ١٣ \leftarrow ٢ = \text{ص}$$

بالتعويض في أي معادلة نجد أن $\text{س} = ٥$

♦ الفرق بين مربعين : $\text{أ}^2 - \text{ب}^2 = (\text{أ} + \text{ب})(\text{أ} - \text{ب})$

مثال: إذا كان $\text{س}^2 - \text{ص}^2 = 10$, $\text{س} + \text{ص} = 0$, أوجد $\text{س} - \text{ص}$ ؟

الحل:

باستخدام قانون الفرق بين مربعين

$$\text{س}^2 - \text{ص}^2 = (\text{س} + \text{ص})(\text{س} - \text{ص})$$

$$10 = (\text{س} - \text{ص}) \times 0$$

$$(\text{س} - \text{ص}) = \frac{10}{0} \leftarrow \text{س} - \text{ص} = 3$$

*تنبيه: مجموع المربعين لا يحلل : $\text{س}^2 + \text{ص}^2$ (لا يمكن تحليله).

مثال: $\text{س}^2 = \text{ص}^2 + 8$, $\text{س} + \text{ص} = 1$, أوجد قيمة س ؟

(ب) 0,0

(أ) 3,0

(د) 7,0

(ج) 4,0

الحل:

نعيد ترتيب المعطيات

$$\text{س}^2 - \text{ص}^2 = 8 \leftarrow \text{س} + \text{ص} = 1$$

باستخدام قانون الفرق بين مربعين

$$\text{س}^2 - \text{ص}^2 = (\text{س} + \text{ص})(\text{س} - \text{ص})$$

$$8 = (\text{س} - \text{ص}) \times 1$$

$$\text{س} - \text{ص} = 8 \leftarrow 3$$

بجمع 3 و 8

$$\text{س} + \text{ص} = 1$$

$$\text{س} - \text{ص} = 8$$

بالجمع _____

$$2\text{س} = 9 \leftarrow \text{س} = 4,5$$

♦ مربع مجموع حدين : $(\text{أ} + \text{ب})^2 = \text{أ}^2 + 2\text{أب} + \text{ب}^2$

♦ مربع الفرق بين حدين : $(\text{أ} - \text{ب})^2 = \text{أ}^2 - 2\text{أب} + \text{ب}^2$

♦ الفرق بين مكعبين : $\text{أ}^3 - \text{ب}^3 = (\text{أ} - \text{ب})(\text{أ}^2 + \text{أب} + \text{ب}^2)$

♦ مجموع مكعبين : $\text{أ}^3 + \text{ب}^3 = (\text{أ} + \text{ب})(\text{أ}^2 - \text{أب} + \text{ب}^2)$

- نعامل العلامات ($=$) ، ($<$ ، $>$ ، $\leq$ ، $\geq$) كأنها علامة ($=$).
- نجعل المتغيرات في طرف والأعداد في طرف.

♦ تنقلب المتباينة في الحالات الآتية:

- إذا ضربت طرفي المتباينة في عدد سالب أو قسمت على سالب.
- إذا انقلبت طرفي المتباينة (قلب البسط والمقام).
- إذا ربعنا الأعداد السالبة.

مثال: $10 + 10 < 8 + 16$ ص ، أي مما يلي صحيح ؟

(ب) ص < 2

(أ) ص < 3

(د) ص > 2

(ج) ص > 3

الحل: (أ).

$$10 + 10 < 8 + 16$$

$$10 - 16 < 8 - 10$$

$$-6 < -2$$

$$3 < 6$$

مثال: $1 + 2 < 0$ صفر

قارن بين

$-\frac{3}{4}$	ن
(ب) القيمة الثانية أكبر	(أ) القيمة الأولى أكبر
(د) المعطيات غير كافية	(ج) القيمتان متساويتان

الحل: (أ).

$$1 + 2 < 0$$

$$3 < -1$$

$$-\frac{1}{3} < -1$$

مثال: إذا كان $b < -4 + 0b$

قارن بين	
أ	ب
(أ) القيمة الأولى أكبر	(ب) القيمة الثانية أكبر
(ج) القيمتان متساويتان	(د) المعطيات غير كافية

الحل: (أ)

$$-4 < 0b - b$$

$$-4 < -b$$

$$4 < b$$

مثال: $-6 < 7$ فما قيمة s الممكنة؟

(ب) -6

(أ) -2

(د) صفر

(ج) 6

الحل: (أ).

$$-6 < 7 - s$$

$$s > -1,0$$

إذا s ممكن أن تكون -2 من الخيارات فقط

♦ يمكن حل مسائل الأعمار عن طريق:

- تحويل المسألة إلى معادلات ، ثم يتم حل هذه المعادلات
- وفي بعض المسائل يمكن تجريب الخيارات مع الشروط المطروحة، والخيار الصحيح هو الذي يحقق هذه الشروط.
- كلمة بعد أو من الآن تعنى الجمع.
- كلمة منذ أو قبل تعنى الطرح.

مثال: أب وثلاثة أبناء مجموع أعمارهم ٦٦ سنة ، ما مجموع أعمارهم بعد ٥ سنوات ؟

الحل:

عدد الأفراد ٤ ، سيزيد كل فرد ٥ سنوات
أي $٤ \times ٥ = ٢٠$ ، $٦٦ + ٢٠ = ٨٦$ سنة

مثال: قال رجل قبل ١٠ أعوام كان عمري يساوي أربع أضعاف عمر إبني الذي سيكون عمره بعد عامين ١٢ ، فكم عمر الرجل ؟

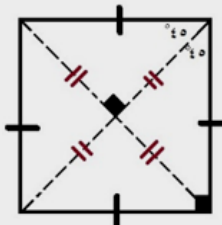
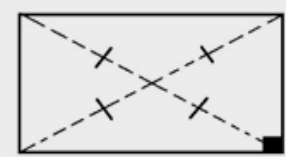
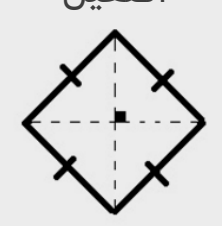
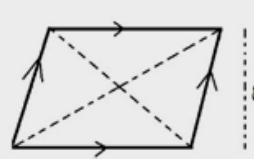
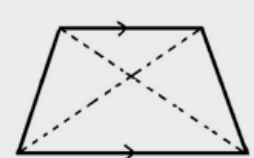
الحل:

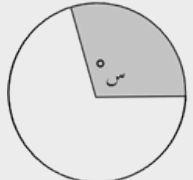
عمر ابنه $١٢ - ٢ = ١٠$
أربع أضعافه $٤٠ =$ قبل ١٠ سنوات
عمره الآن $٤٠ + ١٠ = ٥٠$ سنة

مثال: لدى سلمى أختان أحدهما أكبر منها بـ ٨ سنوات و الأخرى أصغر منها بسنتين و مجموع عمريهما ٥٦ سنة فكم عمر سلمى ؟

الحل:

إحدى الأختان عمرها = سلمى + ٨ والأخرى: سلمى - ٢
مجموع عمريهما = ٥٦
سلمى + ٨ + سلمى - ٢ = ٥٦
 $٢ \text{ سلمى} + ٦ = ٥٦$
 $٢ \text{ سلمى} = ٥٠$
سلمى = ٢٥ سنة

الشكل	المساحة والمحيط	الخصائص
المربع 	المساحة = (الضلع^٢) أو $(\frac{1}{2} \times \text{القطر}^2)$ المحيط = الضلع $\times 4$	- الأضلاع متطابقة - زواياه قائمة - القطران متطابقان ومتعامدان - وينصفان زوايا الرأس - طول قطر المربع = $\sqrt{2}$ (حيث ل طول ضلعه)
المستطيل 	المساحة = الطول $\times$ العرض المحيط = (الطول + العرض) $\times 2$	- القطران متطابقان وينصف كل منهما الآخر - كل ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان - زوايا قائمة - القطران يقسمانه إلى ٤ مثلثات متطابقة
المعين 	المساحة = $\frac{\text{ضرب القطرين}}{2}$ المحيط = الضلع $\times 4$	- الأضلاع متطابقة - القطران متعامدان وغير متطابقان - القطران ينصفان زوايا الرأس
متوازي الأضلاع 	المساحة = القاعدة $\times$ الارتفاع المحيط = (مجموع ضلعين متجاورين) $\times 2$ المحيط = مجموع أطوال أضلاعه	- القطران ينصف كل منهما الآخر - كل ضلعين متقابلين متطابقين ومتوازيين - كل زاويتين متقابلتين متطابقتين - كل زاويتين متحالفتين مجموع قياسهما ١٨٠°
شبه المنحرف 	المساحة = $\frac{\text{مجموع القاعدتين المتوازيتين}}{2} \times \text{الارتفاع}$ المحيط = مجموع أطوال أضلاعه	شكل رباعي له ضلعان فقط متوازيان وغير متطابقين

الشكل	المساحة والمحيط	الخصائص
المثلث 	المساحة = $\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$ (حساب المساحة بمعلومية ضلعين وزاوية محصورة بينهما): المساحة = $\frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب الضلعين}$ $\times \text{جا هـ}$ المحيط = مجموع أطوال أضلاعه	له ثلاثة أضلاع ومجموع زواياه الداخلية = ١٨٠
المثلث متطابق الأضلاع	المساحة = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{الضلع})^2$ المحيط = الضلع $\times 3$	- المستقيم العمودي على القاعدة ينصف القاعدة والزاوية - جميع زوايا المثلث تكون متطابقة وتساوي ٦٠ لكل زاوية - جميع أضلاعه متساوية - إذا كان المثلث متطابق الضلعين فإن الزوايا المقابلة للأضلاع المتطابقة متساوية
الدائرة	المساحة = $\pi \times \text{نق}^2$ القطر = $2 \times \text{نق}$ $\frac{\text{القطر}}{2} = \text{نق}$ المحيط = $2 \times \pi \times \text{نق}$	القطر هو خط مستقيم يصل بين نقطتين على المحيط ويمر في مركز الدائرة
القطاع الدائري 	المساحة = $\frac{\text{س}}{360} \times \text{مساحة الدائرة}$ طول القوس = $\frac{\text{س}}{360} \times \text{محيط الدائرة}$	زاوية نصف الدائرة = ١٨٠° زاوية ربع الدائرة = ٩٠° زاوية ثلاثة أرباع الدائرة = ٢٧٠°
ربع دائرة 	المساحة = $\frac{1}{4} \times \pi \times \text{نق}^2$ المحيط = $\frac{1}{4} \times 2 \times \pi \times \text{نق} + 2 \times \text{نق}$	لإيجاد مساحة الدائرة كاملة نضرب في ٤ لإيجاد محيط الدائرة كاملة لا نضرب في ٤

♦ ترتيب المساحات

إذا تساوى المحيط يكون ترتيب مساحات الأشكال الهندسية :
الدائرة < المربع < المستطيل < المثلث

مثال: سلك طول ضلعه " ل " قسم إلى قسمين متساويين وشكلنا منهما
مربع ومستطيل

قارن بين

مساحة المربع	مساحة المستطيل
(ب) القيمة الثانية أكبر	(أ) القيمة الأولى أكبر
(د) المعطيات غير كافية	(ج) القيمتان متساويتان

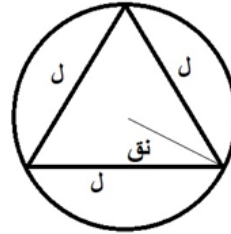
الحل: (ب)

إذا تساوى المحيط يكون ترتيب مساحات الأشكال الهندسية:
الدائرة < المربع < المستطيل < المثلث

سداسي منتظم
مرسوم داخل دائرة:

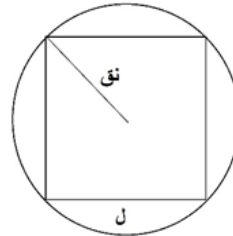


$$ل = نق$$



$$ل = نق \times \sqrt{3}$$

مثلث متساوي الأضلاع
مرسوم داخل دائرة :

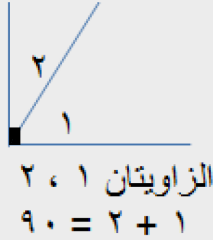
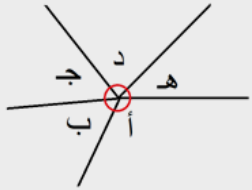


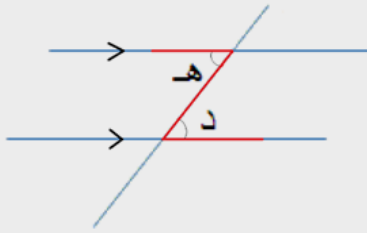
قطر المربع = قطر الدائرة

$$ل = نق \times \sqrt{2}$$

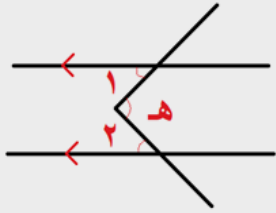
مربع مرسوم
داخل دائرة :

◆ الزوايا

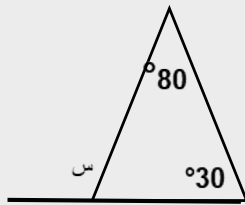
• زاوية حادة قياسها أقل من 90° • زاوية قائمة قياسها 90° • زاوية منفرجة قياسها أكبر من 90° وأقل من 180° • زاوية مستقيمة قياسها 180°	أنواع الزوايا
تكون الزاويتان متتامتين إذا مجموعهما 90° 	الزوايا المتتامة
الزوايا المرسومة علي مستقيم قياسها 180° $180^\circ = \text{ص} + \text{س}$ 	الزوايا المتكاملة
$70^\circ = \text{س}$ 	الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة
$360^\circ = \text{أ} + \text{ب} + \text{ج} + \text{د} + \text{هـ}$ 	مجموع الزوايا حول نقطة = 360°



زوايا المستقيمت المتوازية
(على شكل Z)
 $د = هـ$



زوايا المستقيمت المتوازية
(على شكل M)
الزاوية هـ = الزاوية ١ + الزاوية ٢

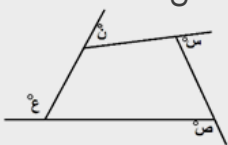


قياس الزاوية الخارجية للمثلث يساوي
مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين
البعيدتين
 $س = ٨٠ + ٣٠ = ١١٠$



الزاوية المركزية والزاوية المحيطية في
الدائرة
إذا اشتركت الزاويتين على نفس القوس
فإن الزاوية المحيطية تساوي نصف
الزاوية المركزية

مجموع الزوايا الداخلية لمثلث = ١٨٠
مجموع الزوايا الداخلية لرباعي = ٣٦٠
مجموع الزوايا الداخلية لأي مضلع = $١٨٠ \times (ن - ٢)$
قياس زاوية مضلع منتظم = $\frac{١٨٠ \times (ن - ٢)}{ن}$



$$س + ع + ص + ن = ٣٦٠$$

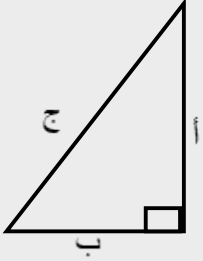
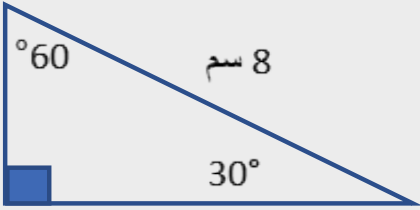
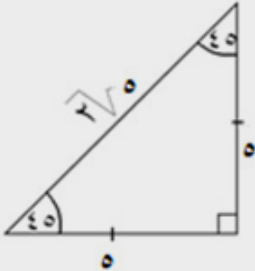
قياس زاوية مضلع منتظم = $\frac{٣٦٠}{ن - ٢}$

عدد أضلاع مضلع منتظم = $\frac{٣٦٠}{هـ - ١٨٠}$

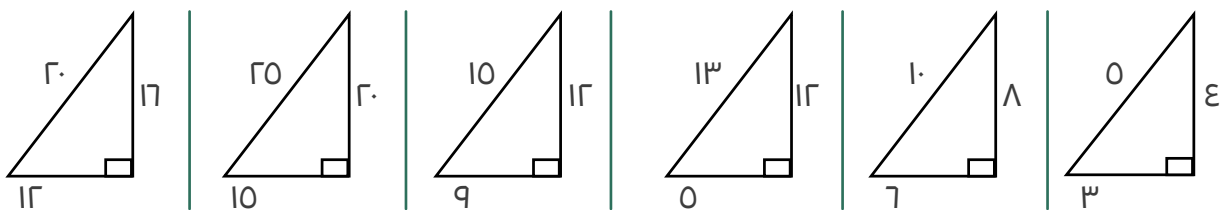
(هـ هي قياس زاويته الداخلية)

قوانين المضلعات

المثلث القائم الزاوية

	نظرية فيثاغورس $أ^2 = ب^2 + ج^2$
	المثلث الثلاثيني الستيني طول الضلع المقابل 30° في مثلث قائم $\frac{1}{2} = \frac{8}{16} \Rightarrow 16 = 8 \times \frac{1}{\frac{1}{2}} = 8 \times 2 = 16 \text{ سم}$ طول الضلع المقابل 60° في مثلث قائم $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{16} \Rightarrow 16 = 8 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 16\sqrt{3} \text{ سم}$
	في المثلث الخمسة وأربعيني : الوتر = طول الضلع $\times \sqrt{2}$

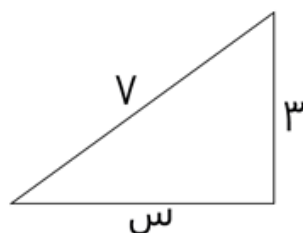
مثلثات مشهورة



متباينة المثلث:

مجموع أي ضلعين > الضلع الثالث
الفرق بين الضلعين الآخرين < أي ضلع في المثلث > مجموعهما

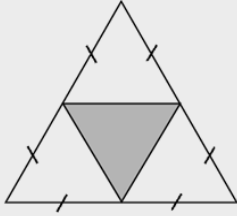
فمثلاً :



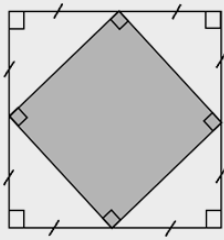
$$3 + 7 > س > 7 - 3$$

$$10 > س > 4$$

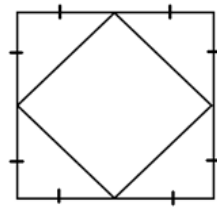
♦ المساحات المظلة (المركبة):



$$\begin{aligned} \text{مساحة } \nabla \text{ الصغير} &= \frac{1}{4} \text{ مساحة } \triangle \text{ الكبير} \\ \text{محيط } \nabla \text{ الصغير} &= \frac{1}{2} \text{ محيط } \triangle \text{ الكبير} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{مساحة المربع الصغير} &= \frac{1}{2} \text{ مساحة المربع الكبير} \\ \text{محيط المربع الصغير} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ محيط المربع الكبير} \end{aligned}$$



مثال: إذا كانت مساحة المربع الكبير = ٢٤ ، فأوجد مساحة المربع الصغير؟

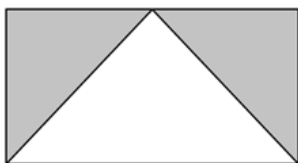
الحل:

بما أن رؤوس المربع الصغير تنصف أضلاع المربع الكبير ، إذاً مساحة المربع الصغير = نصف مساحة المربع الكبير.

$$12 = \frac{24}{2}$$



إذا اشترك مثلث ومستطيل (مربع) في القاعدة والارتفاع
فإن : مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل



مثال: أوجد نسبة مساحة المظلل إلى مساحة المستطيل:

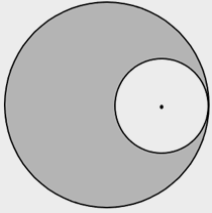
(ب) $\frac{1}{4}$

(أ) $\frac{1}{8}$

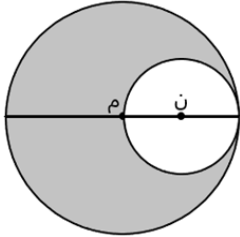
(د) ١

(ج) $\frac{1}{2}$

الحل: (ج)



المساحة المظللة = مساحة الدائرة الكبيرة - مساحة الصغيرة



مثال: مساحة م = ٣٦ ط ، و ن متماسة مع م داخلياً
أوجد مساحة المظل؟

الحل:

نق م = ٦

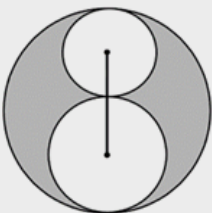
قطر ن = نصف قطر م

نق ن = ٣

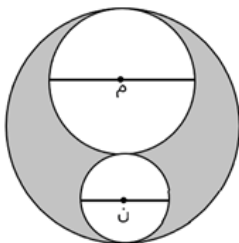
مساحة ن = ٩ ط

مساحة المظل = مساحة م - مساحة ن

مساحة المظل = ٣٦ ط - ٩ ط = ٢٧ ط



مساحة المظل = الدائرة الكبرى - مجموع الدائرتين الداخليتين



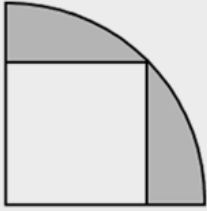
مثال: إذا كان نصف قطر الدائرة م = ٢ ، نصف قطر
الدائرة ن = ١ ، قطر الدائرة الكبيرة = ٦ ، احسب
مساحة المظل ؟

الحل:

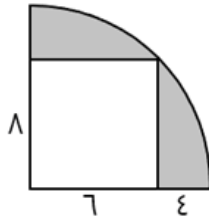
قطر الدائرة الكبيرة = ٦ ، إذا نق الدائرة الكبيرة = ٣

المظل = الدائرة الكبرى - مجموع الدائرتين الداخليتين

= ٩ ط - (٤ ط + ١ ط) = ٥ ط - ٤ ط = ط



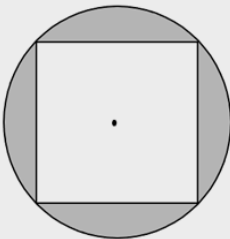
مساحة المظل = مساحة ربع الدائرة - مساحة المربع
(أو المستطيل)



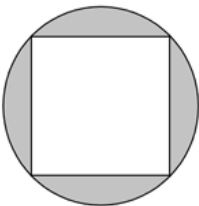
مثال: أوجد مساحة الجزء المظل :

الحل:

مساحة المظل = مساحة ربع الدائرة - مساحة المستطيل
مساحة ربع الدائرة = $\left(\frac{1}{4}\right) (\pi) (6)^2 = 28.27$
مساحة المستطيل = $6 \times 8 = 48$
مساحة المظل = $(48 - 28.27)$



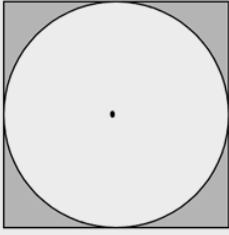
دائرة خارج مربع
المساحة المظلة = مساحة الدائرة - مساحة المربع



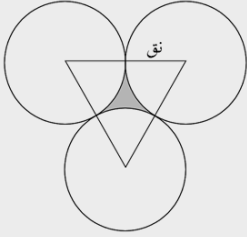
مثال: في الشكل المجاور قطر الدائرة = قطر المربع = ١٤ سم ؛
أوجد مساحة الجزء المظل علماً بأن $\pi = \frac{22}{7}$:

الحل:

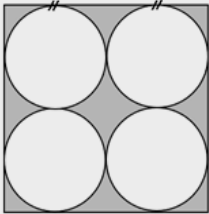
مساحة الدائرة = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7^2 = 154$ سم^٢
مساحة المربع = $14 \div 2 = 98$ سم^٢
مساحة المظل = مساحة الدائرة - مساحة المربع
 $154 - 98 = 56$ سم^٢



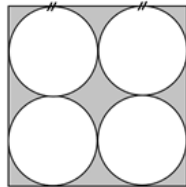
دائرة داخل مربع
المساحة المظللة = مساحة المربع - مساحة الدائرة



المساحة المظللة = نق $(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2})$
محيط المظللة = ط نق



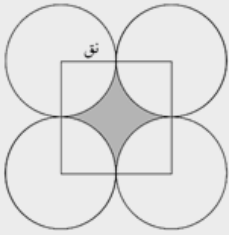
المساحة المظللة = مساحة المربع - $4 \times$ مساحة الدائرة الواحدة



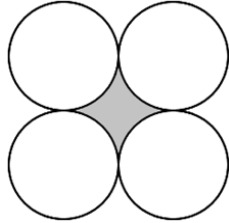
مثال: إذا كان طول ضلع المربع = ١٢ سم
فكم مساحة المظلل ؟

الحل:

مساحة المظلل = مساحة المربع - مساحة الـ ٤ دوائر
طول ضلع المربع = ١٢ ، مساحته = $12 \times 12 = 144$
قطر الدائرة = نصف طول ضلع المربع = ٦
نصف قطر الدائرة = ٣ ، مساحة الدائرة الواحدة = $3 \times 3 \times \pi = 9\pi$
مساحة الـ ٤ دوائر = $9\pi \times 4 = 36\pi$
مساحة المظلل = $144 - 36\pi$



المساحة المظللة = نق^٢ (ط - ط)
محيط المظللة = ٢ ط نق
محيط الشكل الخارجي = ٦ ط نق



مثال: أوجد مساحة المظلل اذا كان
طول ضلع المربع ٢٠ ؟

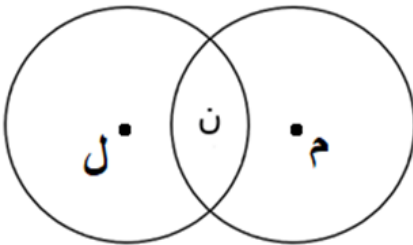
الحل:

مساحة المظلل = نق^٢ (ط - ط)
نق = ١٠

مساحة المظلل = ١٠^٢ (ط - ط)

مساحة المظلل = ٣١٤ - ٤٠٠ = ٨٦

♦ أمثلة إضافية:

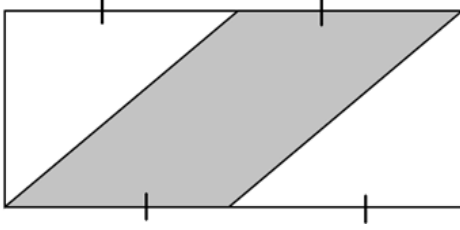


مثال: مساحة المنطقة كاملة = ٥٥ ، مساحة
الدائرة م = ٤٥ ، مساحة الدائرة ل = ٢٠ ؛ فأوجد
مساحة المنطقة ن :

الحل:

نجمع مساحة الدائرتين ونطرحهم من المساحة الكلية

١٠ = ٥٥ - (٢٠ + ٤٥)

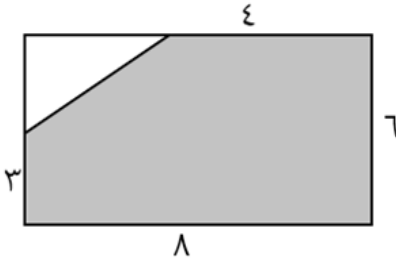


مثال: من خلال الرسمة الآتية:

قارن بين

مساحة المثلث	مساحة المثلث
(ب) القيمة الثانية أكبر	(أ) القيمة الأولى أكبر
(د) المعطيات غير كافية	(ج) القيمتان متساويتان

الحل: (ج)



مثال: إذا كان الشكل مستطيل ,
اوجد مساحة الجزء المثلث:

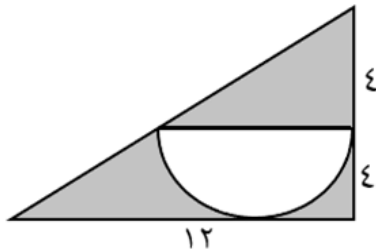
الحل:

مساحة المثلث كامل = مساحة المستطيل - مساحة المثلث

$$48 = 8 \times 6 = \text{مساحة المستطيل}$$

$$6 = 3 \times 4 \times 0,5 = \text{مساحة المثلث}$$

$$42 = 6 - 48 = \text{إذا مساحة المثلث}$$



مثال: مساحة المثلث تساوي ؟

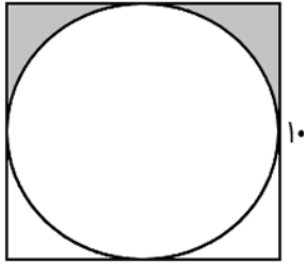
الحل: مساحة المثلث = مساحة المثلث - مساحة نصف الدائرة

$$48 = 12 \times 4 \times 0,5 = \text{مساحة المثلث}$$

$$8\pi = 2 / (4 \times 4) = \text{مساحة نصف الدائرة}$$

$$8\pi - 48 = \text{مساحة المثلث}$$

$$\text{بأخذ } 8 \text{ عامل مشترك , مساحة المثلث} = 8(8\pi - 6)$$



مثال: أوجد مساحة المظلل؟

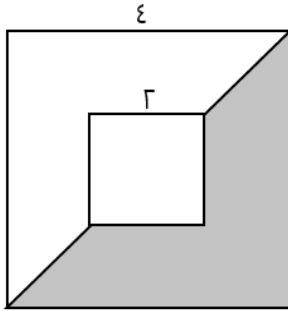
الحل:

$$\text{المظلل} = \frac{\text{مساحة المربع} - \text{مساحة الدائرة}}{2}$$

$$100 = \text{مساحة المربع}$$

$$20\pi = \text{مساحة الدائرة}$$

$$\text{المظلل} = \frac{100 - 20\pi}{2}$$



مثال: أوجد نسبة مساحة المظلل

إلى مساحة المربع الكبير :

الحل:

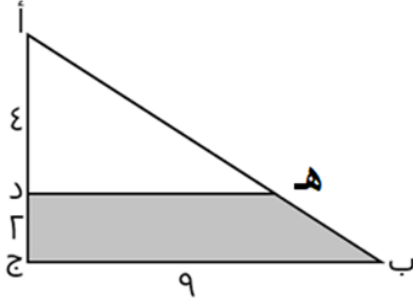
$$16 = \text{مساحة المربع الكبير}$$

$$4 = \text{مساحة المربع الصغير}$$

$$\text{مساحة المظلل} = \frac{1}{4} (\text{مساحة المربع الكبير} - \text{مساحة المربع الصغير})$$

$$7 = (16 - 4) \cdot \frac{1}{4} =$$

$$\text{النسبة} = \frac{7}{16} = \frac{3}{8}$$



مثال: إذا كان المثلث قائم الزاوية في ج ،
فأوجد مساحة المثلث المظلل؟

الحل:

مجموع (أ د) و (د ج) = $7 = (2 + 4)$

9 ----- 7

س ----- 4

س = $7 = \frac{4}{7} \times 9$ = هـ د

نوجد مساحة المثلث الصغير = $12 = 4 \times 7 \times \frac{1}{2}$

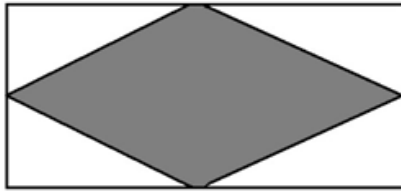
مساحة المثلث الكبير = $27 = 9 \times 7 \times \frac{1}{2}$

مساحة المثلث المظلل = مساحة المثلث الكبير - مساحة المثلث الصغير

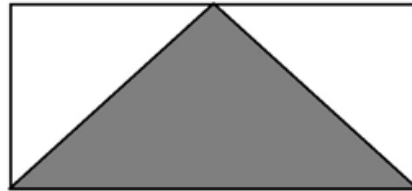
مساحة المثلث المظلل = $15 = 27 - 12$

◆ نسبة المساحات المظلة

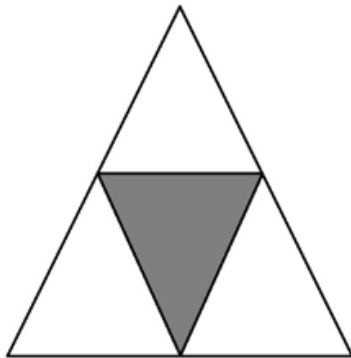
مساحة المنطقة المظلة إلي كامل الشكل :



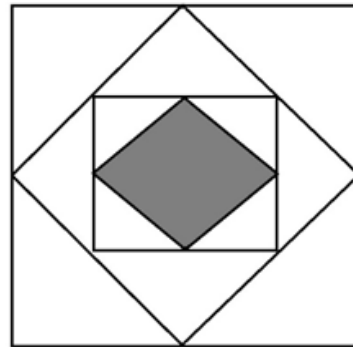
٢ : ١



٢ : ١

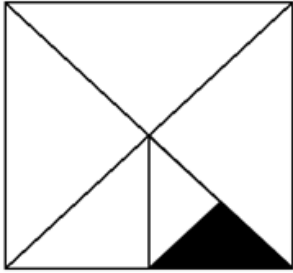


٤ : ١



٨ : ١

♦ أمثلة على نسبة المساحات



مثال: نسبة المظلل إلى الشكل كاملاً؟

(ب) ٨:١

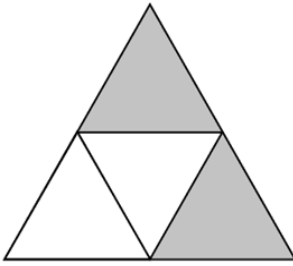
(أ) ٤:١

(د) ٣٢:١

(ج) ١٦:١

الحل: (ج).

نلاحظ أن كل مثلث يحتوي على ٤ مثلثات صغيرة
عدد المثلثات الصغيرة = ١٦ ، إذا نسبة المثلث الصغير المظلل إلى كل
المثلثات الصغيرة = ١٦:١



مثال: نسبة المظلل إلى الشكل ؟

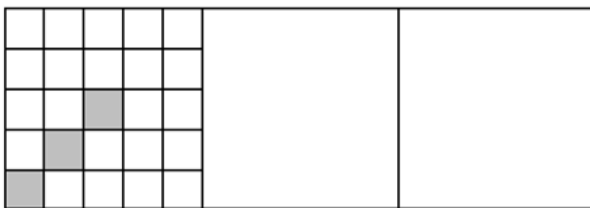
(ب) $\frac{1}{4}$

(أ) $\frac{2}{3}$

(د) $\frac{1}{3}$

(ج) $\frac{3}{4}$

الحل: (ب).



مثال: نسبة المظلل إلى
الشكل:

(ب) ٧٥:١

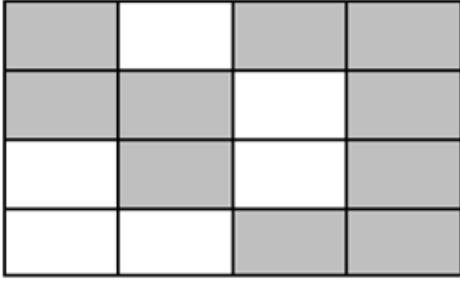
(أ) ٢٥:١

(د) ٥:٣

(ج) ١٠٠:٣

الحل: (أ).

يوجد ٢٥ صغير في المربع الواحد وبالتالي يوجد في الشكل
كامل $٢٥ \times ٣ = ٧٥$ ، مظلل منهم ٣ فالنسبة $\frac{3}{75} = \frac{1}{25}$



مثال: ما نسبة المظلل إلى الشكل كامل؟

(ب) $\frac{4}{1}$

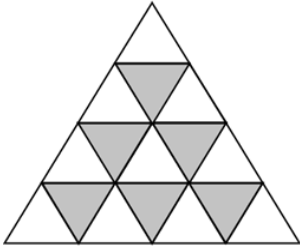
(أ) $\frac{2}{1}$

(د) $\frac{17}{11}$

(ج) $\frac{8}{5}$

الحل: (ج).

النسبة = عدد المربعات المظلمة ÷ عدد المربعات كاملة
 $\frac{8}{5} = \frac{17}{11}$



مثال: إذا كانت جميع المثلثات متساوية المساحة ؛
 فأوجد نسبة المثلثات المظلمة الى مساحة
 المثلث كاملة ؟

(ب) $\frac{71}{7}$

(أ) $\frac{3}{8}$

(د) $\frac{1}{4}$

(ج) $\frac{8}{3}$

الحل: (أ).

عدد المثلثات المظلمة = 7
 وعدد المثلثات كلها = 16
 نسبة المظلل = $\frac{7}{16} = \frac{3}{8}$

مثال: دائرة نصف قطرها ١٠ سم ، رسم على قطرها ١٠ دوائر ، احسب نسبة مساحة
 الدائرة الصغيرة إلى الكبيرة:

(ب) $\frac{1}{10}$

(أ) $\frac{1}{10}$

(د) $\frac{1}{40}$

(ج) $\frac{1}{20}$

الحل: (ب).

نق الدائرة الصغيرة = ١٠ سم
 نسبة المساحة = $\frac{\text{مساحة الدائرة الصغيرة}}{\text{مساحة الدائرة الكبيرة}} = \frac{\text{ط } 10}{\text{ط } 100} = \frac{1}{10}$

مثال: النسبة بين مساحة دائرتين هي ١ : ١٤٤ , فما النسبة بين طول نصفي قطر الدائرتين؟

(ب) ٦:١

(أ) ١٢:١

(د) ٧٢:١

(ج) ٢٨:١

الحل: (أ).

مساحة الدائرة = πr^2

$\pi r_1^2 : \pi r_2^2$

١ : ١٤٤

بحذف π من الطرفين

$r_1^2 : r_2^2$

١ : ١٤٤

بأخذ الجذر للطرفين

$r_1 : r_2$

١ : ١٢

◆ نسبة المساحات والأحجام (الأسئلة المقالية)

$$\bullet \text{ عدد البلاط} = \frac{\text{مساحة الغرفة}}{\text{مساحة البلاطة}}$$

مثال: غرفة مستطيلة طولها 00م وعرضها 10م ، إذا أردنا تبليطها ببلاط مساحته ٤ م^٢ ، فكم عدد البلاط المستخدم؟

الحل:

$$\text{مساحة الغرفة} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$= 00 \times 10 = 000 \text{ م}^2$$

$$\text{عدد البلاط} = \text{مساحة الغرفة} \div \text{مساحة البلاطة الواحدة}$$

$$= 000 \div 4 = 125$$

$$\bullet \text{ عدد العلب (الكراطين)} = \frac{\text{حجم المستودع}}{\text{حجم العلبة (الكرتون)}}$$

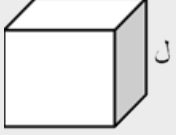
مثال: إذا كان لديك عدد من علب الصابون والتي حجم كل منها = 0,٠٥ متر مكعب ، وأردت تخزينها في مستودع سعته 0٠ متر مكعب ، فكم علبه يلزم لملأ المستودع ؟

الحل:

$$\text{عدد العلب} = \frac{\text{حجم المستودع}}{\text{حجم العلبة}}$$

$$\text{عدد العلب} = \frac{0}{0,05} = \frac{000}{0} = 1000 \text{ علبة صابون}$$

المجسمات الثلاثية

المجسم	حجمه	المساحة الكلية	المساحة الجانبية
المكعب 	(طول الحرف) ^٣	$٦ \times (\text{طول الحرف})^2$	$٤ \times (\text{طول الحرف})^2$
متوازي المستطيلات 	الطول $\times$ العرض $\times$ الارتفاع	$\{(\text{طول} \times \text{عرض}) + (\text{طول} \times \text{ارتفاع}) + (\text{عرض} \times \text{ارتفاع})\} \times ٢$	$(\text{طول} + \text{عرض}) \times ٢ \times \text{الارتفاع}$
الأسطوانة 	نق ^٢ $\times$ الارتفاع	نق ^٢ $\times$ الارتفاع + نق ^٢ $\times$ الارتفاع	نق ^٢ $\times$ الارتفاع
الكرة 	$\frac{٤}{٣} \pi \text{ر}^3$	$٤ \pi \text{ر}^2$	---

♦ قوانين إضافية في الهندسة

♦ عدد أجزاء الدائرة عند مرور مستقيمت في المركز

عدد أجزاء الدائرة = $2 \times$ عدد المستقيمت

مثال: دائرة تقاطعت بها 5 مستقيمت في المنتصف ، إلى كم جزء قُسمت الدائرة ؟

الحل:

بما أنها تقاطعت في المنتصف فسينتج ضعف عدد المستقيمت = $2 \times 5 = 10$ أجزاء

♦ عدد أجزاء الدائرة عند مرور مستقيمت على نقطة في المحيط

عدد الأجزاء = $n + 1$ ، n عدد المستقيمت *

مثال: دائرة إذا تم تقسيمها بـ 4 مستقيمت يلتقون عند المحيط إلى كم جزء قسمت الدائرة ؟

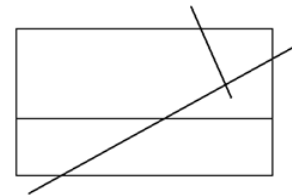
الحل:

عدد الأجزاء = $n + 1$

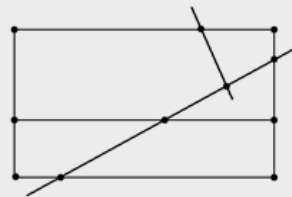
$5 = 4 + 1$

♦ عدد نقاط التقاطع لعدة مستقيمت

مثال: في الشكل التالي أوجد عدد نقاط التقاطع:



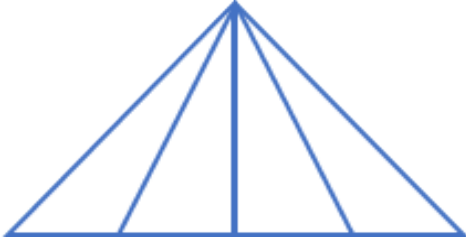
الحل:



عدد نقاط التقاطع في الشكل = 11 نقطة

♦ عدد المثلثات في شكل (من رأس واحدة)

$$= \frac{n \times (n-1)}{2} , \text{ (حيث } n \text{ هو عدد الاضلاع)}$$



مثال: أوجد عدد المثلثات في الشكل ؟

الحل:

$$10 = 4 \times 3 = \frac{(4-1) \times 4}{2} =$$

♦ عدد الزوايا المحصورة بين أشعة

$$= \frac{n \times (n-1)}{2} = \text{(} n \text{ عدد الاشعة)}$$



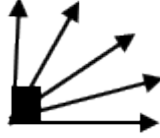
مثال: أوجد عدد الزوايا في الشكل ؟

الحل:

$$10 = 7 \times 6 = \frac{(7-1) \times 7}{2} =$$

♦ عدد الزوايا الحادة المنقسمة عن زاوية قائمة

$$1 - \frac{(1-n) \times 0}{2} =$$

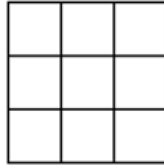


مثال: أوجد الزوايا الحادة في الشكل؟

الحل:

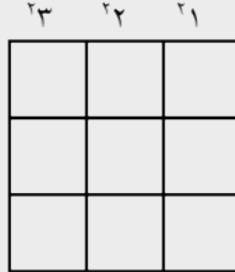
$$9 = 1 - 0 = 1 - \frac{(1-0) \times 0}{2} =$$

♦ عدد المربعات = مجموع تربيع الأعمدة أو الصفوف



مثال: كم عدد المربعات في الشكل؟

الحل:

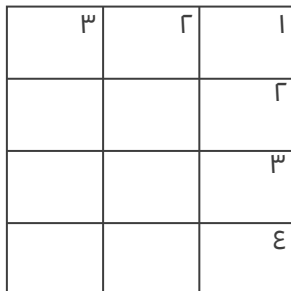


$$14 = (1^2 + 2^2 + 3^2) =$$

♦ عدد المستطيلات في شكل

عدد المستطيلات = مجموع الصفوف × مجموع الأعمدة

مثال:



الحل:

$$(4 + 3 + 2 + 1) \times (3 + 2 + 1) =$$

$$= \text{جمع الطول} \times \text{جمع العرض}$$

$$= 70 = 10 \times 7 = \text{مستطيل}$$

مثال: كم عدد المستطيلات في الشكل ؟

--	--	--	--	--	--

الحل:

عدد المستطيلات = جمع الطول × جمع العرض

$$= (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \times (1) =$$

$$= 21 \times 1 =$$

$$= 21 \text{ مستطيل}$$

◆ عدد أعواد الثقاب

◆ عدد أعواد الثقاب التي تشكل مثلث = $(2 \times n) + 1$ حيث n = عدد المثلثات

مثال: كم عود ثقاب نحتاج لصناعة 6 مثلثات؟

الحل:

عدد الأعواد لصنع مثلث = (عدد المثلثات × 2) + 1

$$13 = 1 + (2 \times 6)$$

◆ عدد أعواد الثقاب التي تشكل مربع = $(3 \times n) + 1$ حيث n = عدد المربعات

مثال: كم عود ثقاب نحتاج لصناعة 9 مربعات؟

الحل:

عدد الأعواد لصنع مربع = (عدد المربعات × 3) + 1

$$28 = 1 + (3 \times 9)$$

◆ هندسة الإحداثيات

الصورة العامة لمعادلة الدائرة :

$$(x - l)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

حيث (ل ، ك) مركز الدائرة ، نق نصف القطر

مثال: أوجد مساحة الدائرة التي معادلتها $\frac{1}{r}x + \frac{1}{r}y = 1$

الحل:

قانون معادلة الدائرة = $x^2 + y^2 = r^2$

"بضرب المعادلة المعطاة في السؤال في ٢ للتخلص من المقام"

$$2x + 2y = r^2$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\text{المساحة} = \pi r^2$$

مثال: ما مساحة الدائرة التي معادلتها $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$

الحل:

معادلة الدائرة : $x^2 + y^2 = r^2$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2$$

المسافة بين نقطتين:

المسافة بين نقطتين (x_1, y_1) ، (x_2, y_2) تساوي :

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

منتصف القطعة المستقيمة :

النقطة المنتصفة بين النقطتين $(س_١, ص_١)$, $(س_٢, ص_٢)$ هي :

$$\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} , \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

إيجاد الميل باستخدام نقطتين :

ميل المستقيم المار بالنقطتين $(س_١, ص_١)$, $(س_٢, ص_٢)$ هو :

$$م = \frac{ص_١ - ص_٢}{س_١ - س_٢}$$

إيجاد الميل باستخدام معادلة المستقيم :

ميل المستقيم الذي معادلته $ص = أس + ب$ هو أ (معامل س)

معادلة المستقيم المار بنقطتين :

معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(س_١, ص_١)$, $(س_٢, ص_٢)$ هي :

$$م = \frac{ص_١ - ص_٢}{س_١ - س_٢} = \frac{ص - ص_١}{س - س_١}$$

$$(ص - ص_١) = \text{الميل} (س - س_١)$$

يقال عن مستقيمين إنهما متوازيان عندما لا يلتقيان أبداً مهما امتدا ويلاحظ أن

المستقيمين المتوازيين يكون لهما نفس الميل بمعنى أن $م_١ = م_٢$

يقال عن مستقيمين إنهما متعامدين إذا كان حاصل ضرب ميليهما $= -١$

♦ الاحتمالات:

$$\frac{\text{عدد مرات ظهور الاحتمال}}{\text{فضاء العينة}} = \text{الاحتمال}$$

فضاء العينة: فهو جميع النتائج الممكنة والمقترحة للتجربة العشوائية.

مثال: عند إلقاء مكعب مرقم من ١ إلى ٦ ،

♦ فما احتمال ظهور العدد ٤ ؟

الحل:

$$\frac{1}{6} = \frac{\text{عدد مرات ظهور الاحتمال}}{\text{فضاء العينة}}$$

♦ ما هو احتمال ظهور عدد فردي ؟

الحل:

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{\text{عدد مرات ظهور الاحتمال}}{\text{فضاء العينة}}$$

مثال: مجموعة من الكرات خضراء وحمراء وزرقاء إذا كان احتمال سحب كره خضراء

$\frac{3}{1}$ وحمراء $\frac{2}{1}$ إذا علمت ان عدد الكرات الخضراء ٨ فما عدد الكرات الزرقاء؟

الحل:

$$\begin{aligned} \text{نفرض عدد الكرات} &= \text{س} \\ \frac{1}{3} \times \text{س} &= ٨ \text{ وبالتالي س} = ٢٤ \text{ كرة} \\ \text{الحمراء} &= \frac{1}{2} \times ٢٤ = ١٢ \\ \text{الزرقاء} &= ٢٤ - (٨ + ١٢) = ٤ \text{ كرات} \end{aligned}$$

◆ مبدأ العد:

◆ قانون عدد الطرق لعمل أكثر من إجراء = عدد طرق الإجراء (١) × عدد طرق الإجراء (٢) × ... (قاعدة الضرب)

مثال: مطعم يقدم ٤ أنواع من الشوربة و ٥ أنواع من السلطة و ٦ أنواع من العصير فبكم طريقة نستطيع أن نكون طبق؟

الحل:

باستخدام مبدأ العد

$$١٢٠ = ٦ \times ٥ \times ٤$$

◆ قانون عدد الأبواب: عدد الأبواب التي يمكن الدخول منها × عدد الأبواب التي يمكن الخروج منها

مثال: إذا كان لدينا مبني يوجد به ١٠ أبواب ، أجب عن الأسئلة التالية:
أ) بكم طريقة يمكن للشخص أن يدخل للمبنى من أحد الأبواب و يخرج من باب آخر؟

الحل:

عدد الأبواب التي يمكن الدخول منها = ١٠

عدد الأبواب التي يمكن الخروج منها = ٩

عدد الطرق = $٩٠ = ٩ \times ١٠$ طريقة

ب) بكم طريقة يمكن للشخص أن يدخل للمبنى و يخرج منه من أي باب؟

الحل:

عدد الأبواب التي يمكن الدخول منها = ١٠

عدد الأبواب التي يمكن الخروج منها = ١٠

عدد الطرق = $١٠٠ = ١٠ \times ١٠$ طريقة

♦ التباديل (يوجد ترتيب)

$${}_P^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

♦ التوافيق (لا يوجد ترتيب)

$${}_C^n = \frac{n!}{r! \times (n-r)!} = \binom{n}{r}$$

مثال: بكم طريقة يمكن وضع ٨ شمعات ذات ألوان مختلفة في شمعدان يتسع لثلاث شمعات فقط ؟

الحل:

عدد الطرق الممكنة = عدد تباديل ٨ شمعات مأخوذة ٣ في كل مرة

$${}_P^8 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5!} = \frac{8!}{(8-3)!} = {}_P^8 = 336$$

مثال: بكم طريقة يمكن اختيار فريق كرة السلة المكون من خمسة لاعبين من بين ١٠ طلاب متميزين في لعبة كرة السلة؟

الحل:

عدد الطرق $\binom{10}{5}$ حيث إن الترتيب غير مهم

$${}_C^{10} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{10!}{5! \times (10-5)!} = \binom{10}{5}$$

♦ (التباديل الدائرية)

♦ عدد الطرق الممكنة لجلوس n من الأشخاص حول طاولة مستديرة = $(n - 1)!$

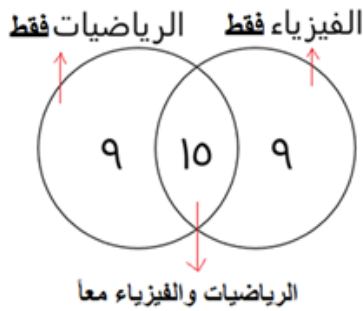
مثال: بكم طريقة يمكن أن يجلس أب و زوجته و ٣ من أبنائه وجدهم حول طاولة دائرية؟

الحل:

بما أن عدد الأفراد = ٦ أفراد
نستخدم قانون التباديل الدائرية لعدم وجود نقطة مرجعية ثابتة.
عدد الطرق = $(n - 1)! = (6 - 1)! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ طريقة

♦ (أشكال فن Venn)

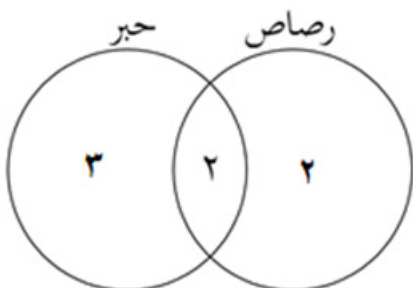
مثال: إذا كان مجموع الطلاب اللذين يدرسون الرياضيات أو الفيزياء = ٣٣ ، عدد طلاب الرياضيات فقط = ٩ ، عدد طلاب الفيزياء = ١٥ ؛ أوجد عدد طلاب الفيزياء فقط :



الحل:

عدد طلاب الرياضيات الكلي = $10 + 9 = 19$
طلاب الفيزياء فقط = $33 - 19 = 14$

مثال: هناك ١٠ صناديق ، ٤ منهم تحتوي على أقلام رصاص ، و ٥ صناديق تحتوي على أقلام حبر ، كم عدد الصناديق الفارغة علماً بأنه يوجد صندوقين مشتركين في أقلام الرصاص والحبر معاً ؟



الحل:

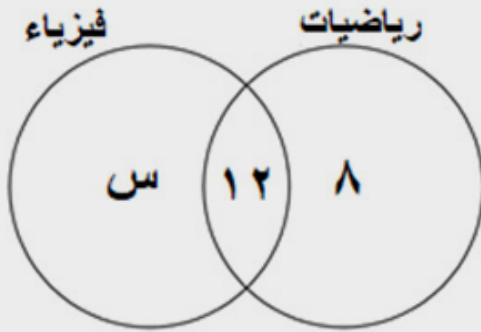
عدد الصناديق الفارغة = $10 - (3 + 2 + 2) = 3$
عدد الصناديق الفارغة = $10 - 7 = 3$

مثال: إذا كان مجموع طلاب الفيزياء أو الرياضيات = ٢٨ طالب ، ومجموع طلاب الرياضيات والفيزياء = ١٢ طالب ، ومجموع طلاب الرياضيات فقط = ٨ طالب.

قارن بين

عدد طلاب الفيزياء فقط	عدد طلاب الرياضيات فقط
(ب) القيمة الثانية أكبر	(أ) القيمة الأولى أكبر
(د) المعطيات غير كافية	(ج) القيمتان متساويتان

الحل: (ج).



بفرض عدد طلاب الفيزياء = س

$$٢٨ = س + ١٢ + ٨$$

$$س = ٨ \text{ طلاب}$$

القيمتان متساويتان

الاحصاء (المتوسطات)

$$\text{المتوسط الحسابي (الوسط الحسابي)} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

$$\text{المتوسط لأعداد تزداد (تتناقص) بمقدار ثابت} = \frac{\text{العدد الأول} + \text{الأخير}}{2}$$

مثال: متوسط طلاب مدارس الإحصاء = ١٧٠ ، وعدد المدارس = ٥ ، فما مجموع الطلاب ؟

الحل:

باستخدام قانون المتوسط الحسابي :
مجموع الطالب = المتوسط × العدد
 $170 \times 5 = 850$ طالباً

مثال: سبعة أعداد موجبة متتالية متوسطها = ٨ فإن أول عدد هو ؟

الحل:

متوسط الأعداد المتتالية = الوسيط = ٨
إذن الأعداد هي:
٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١
لأنها ٧ أعداد موجبة متتالية متوسطها هو الوسيط وهو العدد الرابع = ٨
وأول عدد هو ٥

مثال: عدنان وجبان متتاليان متوسطهم ٩,٥ فإن العدد الأكبر هو :

الحل:

$$\begin{aligned} \text{مجموعهم} &= 9,5 \times 2 = 19 \\ \text{س} + \text{س} &= 1 + 19 \\ \text{س} &= 9, \text{ س} = 10 \end{aligned}$$

الاحصاء (المتوسطات)

مثال: ستة أعداد متتالية ، مجموع أول ثلاثة أعداد منها = ١٠٨ ، فإن مجموع آخر ثلاثة أعداد هو ؟

الحل: (ج).

لإيجاد مجموع آخر ثلاثة أعداد نوجد المتوسط الحسابي لأول ٣ أعداد

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع الأعداد}}{\text{عددها}} = \frac{108}{3} = 36$$

إذاً أول ٣ أعداد هم : ٣٥ ، ٣٦ ، ٣٧

وبذلك باقي الأعداد تكون : ٣٨ ، ٣٩ ، ٤٠

مجموع آخر ٣ أعداد = ٣٨ + ٣٩ + ٤٠ = ١١٧

مثال: أوجد متوسط الأعداد التالية : ١٣٠٠ ، ١٣٢٥ ، ١٣٥٠ ، ١٣٧٥ ، ١٤٠٠ ، ١٤٢٥ ، ١٤٥٠

الحل: (ج).

بما أن المقدار ثابت بينهم

$$\text{المتوسط} = (1300 + 1400) \div 2 = 1370$$

♦ الوسيط (يتطلب ترتيب)

إذا كان عدد الأعداد فردي :

١- ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً.

٢- القيمة التي تقع في المنتصف هي الوسيط.

إذا كان عدد الأعداد زوجي :

١- ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً.

٢- نأخذ متوسط القيمتين التي في المنتصف (أي نجمع القيمتين في المنتصف ثم نقسمها على ٢) والنتيجة هي الوسيط.

الاحصاء (المتوسطات)

◆ المنوال

هو القيمة الأكثر تكرار أو الأكثر ظهورا .

مثال: أوجد قيمة المنوال مما يأتي ؟

١٢ ، ٢٤ ، ١٧ ، ١٩ ، ١٧ ، ٢١ ، ١٧ ، ١٩ ، ١٧ .

الحل:

المنوال = ١٧

◆ المدى

هو الفرق بين أعلى قيمة وأدنى قيمة .

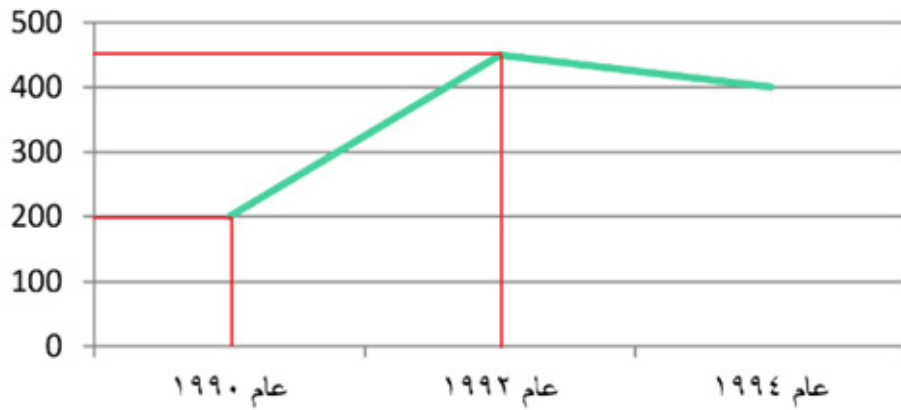
مثال: أوجد المدى للقيم التالية ٤ ، ٣ ، ١ ، ٧ ؟

الحل:

المدى = أعلى قيمة - أقل قيمة = ٧ - ١ = ٦

كيف يتم إيجاد القيم في الرسم؟

♦ أولاً: الرسم البياني الخطي

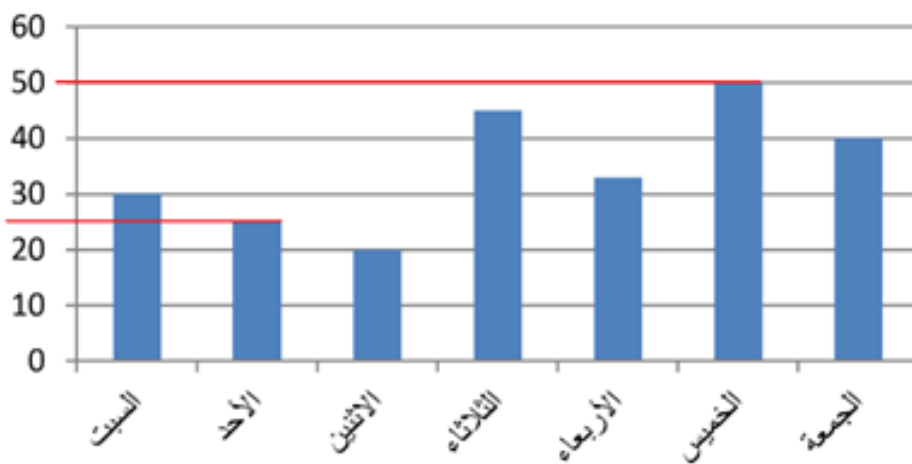


نلاحظ في الرسم أننا إذا أردنا إيجاد القيمة التي في عام ١٩٩٠ فإننا نسقط خط من نقطة (عام ١٩٩٠) التي في محور س ونرى ما يقابلها في محور ص والتي من الواضح أنها ٢٠٠

وفي عام ١٩٩٢ فإن القيمة بين ٤٠٠ و ٥٠٠ ، إذا تكون ٤٥٠

♦ ثانياً: الرسم البياني العمودي

عدد الحوادث في الأسبوع

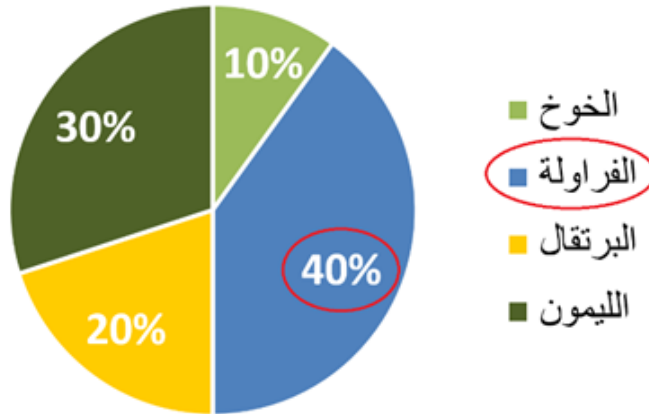


في الرسم العمودي نقوم بإسقاط خط من أعلى العمود وما يقابله في محور الـ ص نلاحظ من الرسم أن الحوادث يوم الأحد هي ٢٥ والحوادث يوم الخميس كانت ٥٠ حادث

الرسوم البيانية

◆ ثالثاً: الرسم البياني الدائري

إنتاج مصنع من العصائر



نلاحظ من الرسم الدائري أن نسبة إنتاج الفراولة = ٤٠٪ وأن الخوخ ١٠٪
البيانات ربما تكون بالنسبة المئوية أو بالدرجة (زاوية) [تذكر: قياس الدائرة = ٣٦٠°]

◆ رابعاً: الجداول

المجال		الدور
أدبي	علمي	
٨٥	١٤٤	الدور الأول
١٨	٢٤	الدور الثاني

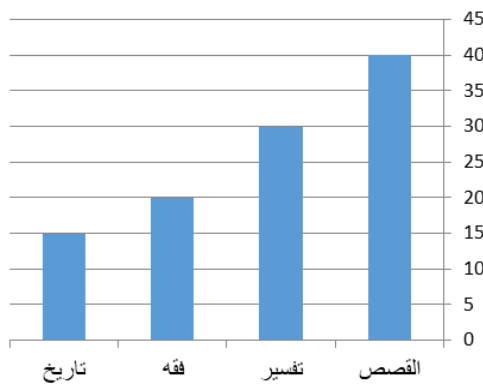
القيمة تكون بتقاطع الصف مع العمود فلو طلب إيجاد طلاب الدور الأول للمجال العلمي فإن القيمة = ١٤٤
ولو طلب إيجاد عدد طلاب الدور الثاني للمجال الأدبي فالقيمة = ١٨

طريقة حل أسئلة القدرات المتعلقة بالرسوم البيانية

عند الحل أولاً نقوم بإيجاد القيم والبيانات ومن ثم نقوم بإيجاد المطلوب. ويكون المطلوب في أسئلة القدرات غالباً:

♦ **نسبة مئوية:** مثلاً يطلب نسبة إنتاج مصنع في سنة معينة إلى باقي السنين.

مثال: الرسم التالي يوضح أعداد الكتب المستعارة، أوجد نسبة التفسير لباقي الكتب:



الحل:

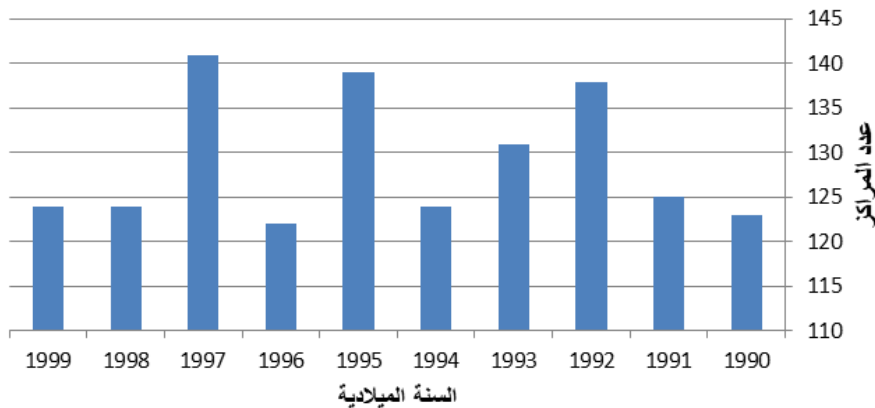
كتب التفسير = ٣٠ كتاب

مجموع الكتب = ١٠ + ٢٠ + ٣٠ + ٤٠ = ١٠٠ كتاب

$100 \times \frac{30}{100} = 30\%$ تقريباً

♦ **قيمة عددية:** هنا يطلب قيمة مباشرة ويتم استخراجها من الرسم أو الجدول مثلاً أن يقول كم كان إنتاج المصنع في سنة معينة.

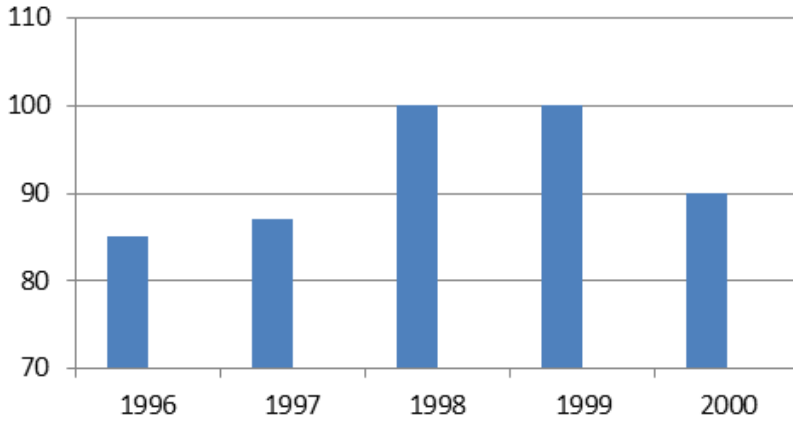
مثال: في أي عام لم يتغير عدد المراكز؟



الحل:

بالنظر للشكل نلاحظ أن عام ١٩٩٩ لم تتغير قيمته عن عام ١٩٩٨

♦ **الفرق والمجموع:** المطلوب يكون الفرق بين قيمتين أو مجموعهم مثلا يقول ما هو الفرق بين عام 1999 و 2000

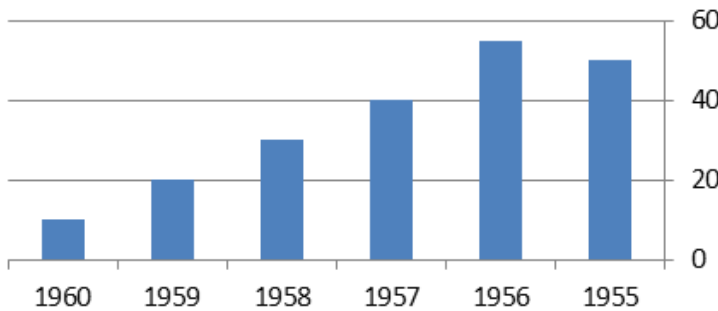


مثال: الشكل التالي
يمثل عدد المراكز في
أحد المدن، ما الفرق
بين عدد المراكز عام
١٩٩٩ و ١٩٩٦ ؟

الحل:

$$10 = 100 - 90$$

♦ **ارتفاع، انخفاض أو تذبذب:** إجابة مثل هذه الأسئلة يكون بالنظر، مثلا يكون إنتاج مصنع: 1 مليون 2 مليون 3 مليون فهنا نقول أن الإنتاج يتصاعد. تذبذب تعني أنه في ارتفاع ثم انخفاض والعكس.



مثال: يتضح أن الرسم من
عام ١٩٥٧ وما بعده في
تناقص أو تزايد أو تذبذب؟ :

الحل:

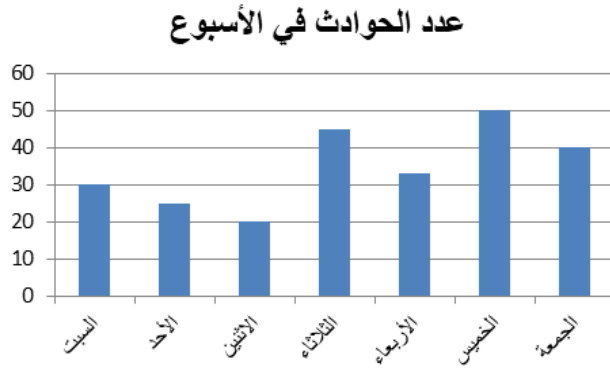
١٠:١٩٦٠ ، ٢٠:١٩٥٩ ، ٣٠:١٩٥٨ ، ٤٠:١٩٥٧

نلاحظ أن القيم تتناقص

*تنبيه: في حال طلب من عام ١٩٥٥ وما بعد تكون القيم متذبذبة

الرسوم البيانية

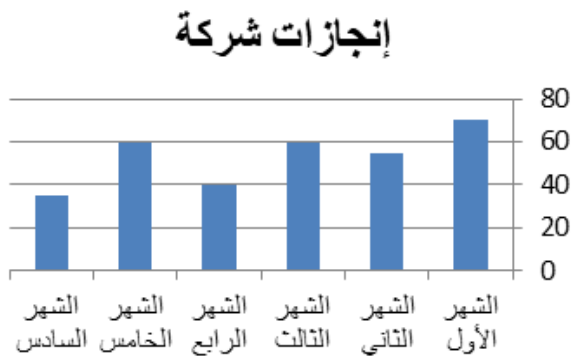
♦ **أعلى قيمة وأقل قيمة:** تحليل مثل هذه الأسئلة بالنظر فنقوم بتحديد أعلى قيمة أو أقل قيمة من الرسم أو الجدول.



مثال: أي الأيام كان أقل في عدد الحوادث؟

الحل: الاثنين

♦ **المتوسط:** هنا يطلب منك إيجاد المتوسط الحسابي وهو مجموع القيم على عدد القيم.



مثال: أوجد متوسط آخر ثلاث أشهر:

الحل:

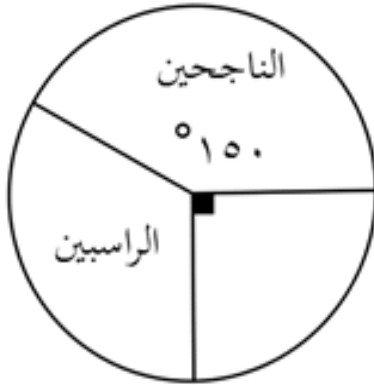
المتوسط = مجموع القيم ÷ عددهم

مجموع القيم = $30 + 60 + 70 = 160$

عددهم = 3

المتوسط = $160 \div 3 = 53.33$

♦ زاوية: هذا السؤال خاص بالرسم البياني الدائري حيث يطلب الزاوية التي تمثل قيمة معينة أو ربما تكون الزاوية معطاة ويطلب القيمة.



مثال: إذا كان عدد الطلاب = ٢٤٠
فأوجد عدد الطلاب الراسبين؟

الحل:

$$\text{زاوية الراسبين} = 360 - (90 + 150) = 120$$

بما أن عدد الطلاب = ٢٤٠ إذا

$$360 \dots\dots\dots 240$$

$$(تناسب طردي) \quad 120 \dots\dots\dots \text{س}$$

$$360 \times \text{س} = 120 \times 240$$

$$\text{س} = 80 \text{ طالب}$$

قوانين إضافية

◆ قانون عدد المشابك = عدد الملابس + 1

مثال: كم عدد المشابك اللازمة لـ 10 قطع من الملابس؟

الحل:

قانون عدد المشابك = عدد قطع الملابس + 1

$$\text{عدد المشابك} = 1 + 10 = 11$$

◆ عدد الحيوانات في حظيرة = $\frac{\text{مجموع الأعداد بعد (إلا)}}{\text{عدد الفئات} - 1}$

مثال: حظيرة كلها بقر إلا ثلاثة وكلها ضأن إلا أربعة وكلها غنم إلا خمسة، فكم عدد البقر في الحديقة؟

الحل:

عدد الفئات = 3 (بقر، ضأن، غنم)

$$\text{عدد الحيوانات في حظيرة} = \frac{\text{مجموع الأعداد بعد (إلا)}}{\text{عدد الفئات} - 1} = \frac{0 + 4 + 3}{1 - 3} = 7$$

$$\text{إذا عدد البقر} = 3 - 7 = 3$$

◆ عدد المصافحات : $\frac{n \times (n-1)}{2}$ حيث n = عدد الأشخاص

مثال: إذا كان عدد الأشخاص 5 فكم عدد المصافحات؟

الحل:

$$\text{قانون المصافحات} = \frac{n \times (n-1)}{2}$$

$$2 \div 4 \times 5$$

$$10 = 2 \div 20 \text{ مصافحات}$$

تم بحمد الله

الحقوق محفوظة لأكاديمية سطور التعليمية

لا نحل ولا نبيع نشر الملف
لغير مشتركين أكاديمية سطور التعليمية

